



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

JEANDSON MOURA DOS SANTOS

Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE

**FUNÇÃO QUADRÁTICA E ÁREA MÁXIMA DE RETÂNGULOS EM LIVROS
DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO: contextualizações e praxeologias matemáticas**

Recife
2019

JEANDSON MOURA DOS SANTOS

**FUNÇÃO QUADRÁTICA E ÁREA MÁXIMA DE RETÂNGULOS EM LIVROS
DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO: contextualizações e praxeologias matemáticas**

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

Monografia apresentada ao curso de licenciatura plena em matemática, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de graduação.
Orientadora: Elisângela Bastos de Mélo Espíndola.

Recife
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE
Biblioteca Central, Recife-PE, Brasil

S237f Santos, Jeandson Moura dos.

Função quadrática e área máxima de retângulos em livros
didáticos do ensino médio: contextualizações e praxeologias
matemáticas / Jeandson Moura dos Santos. – Recife, 2019.
61 f.:il.

Orientador(a): Elisângela Bastos de Melo Espíndola.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade
Federal Rural de Pernambuco, Departamento de Matemática, Recife,
BR-PE, 2019.

Inclui referências.

1. Função quadrática 2. Máxima de retângulo 3. Livro didático
4. Teoria antropológica do didático I. Espíndola, Elisângela Bastos
de Melo, orient. II. Título

CDD 510.7

JEANDSON MOURA DOS SANTOS

**FUNÇÃO QUADRÁTICA E ÁREA MÁXIMA DE RETÂNGULOS EM LIVROS
DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO: contextualizações e praxeologias matemáticas**

Monografia apresentada ao curso de licenciatura plena em matemática, como parte dos
requisitos necessários à obtenção do
título de graduação.

Recife, 24 de julho de 2019.

Banca examinadora

Dedico este trabalho a minha querida
mãe Anelita Tavares Moura dos Santos e
ao meu pai Jadieal Francisco dos Santos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por estar sempre presente em minha vida e tantas outras conquistas que virão.

A minha família, pelo carinho e incentivo em todos os momentos o que me fortalece a seguir em frente.

Aos meus pais e minhas irmãs Jadiene Moura e Jamile Moura, que está presente em todos os momentos da minha vida.

A minha noiva Stefany de França que esteve sempre ao meu lado.

A minha orientadora, Elisângela Bastos de Melo Espíndola, pelo empenho dedicado à elaboração deste trabalho, orientação, ensinamentos e amizade construída.

A Universidade Federal Rural de Pernambuco por todo acolhimento, oportunidades e ensinamentos adquiridos.

Aos meus professores que durante a minha formação me apoiaram e contribuindo para minha formação.

A todos que diretamente ou indiretamente fizeram parte da minha formação e elaboração deste trabalho, o meu muito obrigado!

RESUMO

Este trabalho, tem por objetivo identificar os diferentes tipos de contextualizações e a praxeologia matemática de situações-problema envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de Retângulos. Como referencial teórico nos norteamos por estudos sobre os diferentes tipos de contextualização para o ensino de Matemática e na Teoria Antropológica do Didático. Nos procedimentos metodológicos foram consultados oito livros didáticos do 1º ano do Ensino Médio. As categorias de análise foram quatro tipos de contextualização: matemática, no cotidiano, interdisciplinar e histórica. Os resultados apresentados são referentes ao levantamento nos livros didáticos sobre a introdução do capítulo, as atividades resolvidas e as atividades propostas à resolução dos alunos sobre o tema. Assim como, análise dos tipos de tarefas e de técnicas no tópico específico de Valor Máximo e Valor Mínimo da Função Quadrática nos livros didáticos. Dentre os resultados, destaca-se a ausência da contextualização matemática na Introdução do tema, mas sua marcante presença nas atividades resolvidas e propostas à resolução dos alunos. Quanto à organização matemática, foram identificados três tipos de tarefas e de técnicas com vários subtipos. Sendo a mais proposta nos livros didáticos a tarefa de calcular as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima com a respectiva técnica: Utilizar o cálculo do vértice da parábola da Função Quadrática para determinar as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima.

Palavras-chave: Função Quadrática. Área Máxima de Retângulo. Livro Didático. Teoria Antropológica do Didático.

RÉSUMÉ

Ce travail vise à identifier les différents types de contextualisations et la praxéologie mathématique de situations problèmes impliquant une fonction quadratique et une surface maximale de rectangles. En tant que référence théorique, nous sommes guidés par des études sur les différents types de contextualisation pour l'enseignement des mathématiques et de la théorie anthropologique du didactique. Dans les procédures méthodologiques ont été consultés huit manuels de la 1^{ère} année du lycée. Les catégories d'analyse étaient de quatre types de contextualisation: mathématique, quotidienne, interdisciplinaire et historique. Les résultats présentés sont liés à l'enquête sur les manuels d'introduction au chapitre, aux activités résolues et aux activités proposées pour résoudre le problème des élèves. En tant qu'analyse des types de tâches et de techniques du thème spécifique de la valeur maximale et de la valeur minimale de la fonction quadratique dans les manuels, nous mettons en évidence l'absence de contextualisation mathématique dans l'introduction du thème, mais sa présence marquée dans les activités résolues et proposés à la résolution des étudiants. En ce qui concerne l'organisation mathématique, trois types de tâches et de techniques avec plusieurs sous-types ont été identifiés. Le plus proposé dans les manuels est la tâche de calculer les mesures sur les côtés d'un rectangle pour que sa surface soit maximale avec sa technique: Utilisez le calcul du sommet de la parabole de la fonction quadratique pour déterminer les dimensions des côtés d'un rectangle pour que sa surface soit maximale.

Mots-clés: Fonction quadratique. Surface maximale du rectangle. Livre didactique. Théorie anthropologique du didactique.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Síntese dos tipos de contextualização no ensino de matemática.....	17
Quadro 2 – Coleções de livros didáticos.....	20
Quadro 3 - Síntese sobre a introdução do capítulo nos LD sobre Função Quadrática...	22
Quadro 4 – Síntese das atividades resolvidas.....	25
Quadro 5 - Síntese das atividades propostas à resolução dos alunos.....	27
Quadro 6 - Valor Mínimo ou Valor Máximo de uma Função Quadrática nos LD.....	30
Quadro 7 - Exemplo de LD1.....	31
Quadro 8 - Exemplo de LD2.....	32
Quadro 9 - Exemplo de LD3.....	33
Quadro10 - Exemplo de LD6.....	35
Quadro11 - Exemplo de LD7.....	36
Quadro12 - Exemplo de LD8.....	37
Quadro 13: Função Quadrática e Área Máxima nos LD.....	37
Quadro 14 - Tipos de tarefas em LD do Ensino Médio.....	38
Quadro 15 - Tipos de técnicas em LD do Ensino Médio.....	38
Quadro16 - Exemplo de $T_{1,1}$ e $t_{1,1}$ no LD2.....	41
Quadro 17 - Exemplo de $T_{1,1}$ e $t_{1,2}$ no LD3.....	42
Quadro 18 - Exemplo de $T_{1,1}$ e $t_{1,2}$ no LD7	43
Quadro 19 - Exemplo de $T_{1,2}$ e $t_{1,3}$ no LD1.....	44
Quadro 20 - Exemplo de $T_{1,3}$ e $t_{1,4}$ no LD1.....	45
Quadro 21 - Exemplo de $T_{1,4}$ e $t_{1,5}$ no LD2.....	46
Quadro 22 - Exemplo de $T_{1,4}$ e $t_{1,6}$ no LD3.....	46
Quadro 23 - Exemplo de $T_{1,5}$ e $t_{1,7}$ no LD2.....	47
Quadro 24 - A T_1 e suas técnicas relacionadas nos LD do EM.....	48
Quadro 25 - Exemplo de $T_{2,1}$ e $t_{2,1}$ no LD1.....	49
Quadro 26 - Exemplo de $T_{2,1}$ e $t_{2,1}$ no LD3.....	49
Quadro 27 - Exemplo de $T_{2,1}$ e $t_{2,2}$ no LD2.....	50
Quadro 28 - Exemplo de $T_{2,1}$ e $t_{2,2}$ no LD4.....	51
Quadro 29 - Exemplo de $T_{2,1}$ e $t_{2,3}$ no LD3.....	51
Quadro 30 - Exemplo de $T_{2,1}$ e $t_{2,4}$ no LD6.....	52
Quadro 31 - Exemplo de $T_{2,1}$ e $t_{2,5}$ no LD7.....	53

Quadro 32 - Exemplo de $T_{2.1}$ e $t_{2.6}$ no LD8.....	54
Quadro 33 - Exemplo de $T_{2.2}$ e $t_{2.7}$ no LD8	55
Quadro 34 - A T2 e suas técnicas relacionadas nos LD do EM.....	55
Quadro 35 - Exemplo de $T_{3.1}$ e $t_{3.1}$ no LD1.....	56
Quadro 36 - Tipos de tarefas e de técnicas em LD do Ensino Médio.....	60

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Introdução do capítulo sobre Função Quadrática - LD4.....	23
Figura 2 - Contextualização no Cotidiano sobre Função Quadrática - LD2.....	26
Figura 3 - Contextualização no Cotidiano sobre Função Quadrática - LD8.....	26
Figura 4 – Contextualização Interdisciplinar sobre Função Quadrática – LD5.....	27
Figura 5 – Contextualização Matemática sobre Função Quadrática – LD6.....	28
Figura 6 – Contextualização Matemática sobre Função Quadrática – LD3.....	28
Figura 7 – Contextualização Histórica sobre Função Quadrática – LD2.....	29
Figura 8 – Contextualização Interdisciplinar sobre Função Quadrática – LD2.....	29
Figura 9 - Exemplo de LD4.....	34
Figura 10 - Exemplo de LD5.....	34
Figura 11 - Exemplo de $T_{1.6}$ e $t_{1.8}$ no LD7.....	48

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
1. CONTEXTO E CONTEXTUALIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA	14
1.2 Tipos de contextualização no ensino de matemática	14
2. CONSIDERAÇÕES SOBRE A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO	18
2.1. A Organização Praxeologica	18
3 METODOLOGIA	20
3.1 Campo da pesquisa.....	20
3.2 Critérios de coleta e análise de dados	20
4 ANÁLISE DOS DADOS	22
4.1 Resultados da primeira etapa	22
4.1.1 Introdução do capítulo sobre Função Quadrática nos LD	22
4.1.2 Análise das atividades resolvidas	25
4.1.3 Análise das atividades propostas à resolução dos alunos	27
4.1.4 Valor Mínimo ou Valor Máximo de uma Função Quadrática e Área Máxima de Retângulo nos LD.....	30
4.2 Resultados da segunda etapa: praxeologia matemática.....	37
4.2.1 Panorama dos tipos de tarefas e de técnicas.....	37
4.2.2 Características dos tipos de tarefas e de técnicas	40
T1. Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que a sua área seja máxima.....	40
T2 - Calcular a medida da área máxima de um retângulo.....	48
T3. Comparar a área máxima de dois retângulos.....	56
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	57
REFERÊNCIAS	58
ANEXOS.....	60

INTRODUÇÃO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) da Licenciatura em Matemática (UFRPE) teve início em um projeto de pesquisa “O olhar dos professores de matemática sobre atividades contextualizadas para o ensino de Função Quadrática em livros didáticos do Ensino Médio”, desenvolvido no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC) – no decorrer de 2018-2019.

No referido projeto do PIBIC levamos em conta que o ensino de matemática por meio da contextualização tem sido tratado por diversas orientações curriculares. Por exemplo, os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco traz que: “As atenções do professor, tanto na escolha dos temas a serem ensinados, como em seu trabalho em sala de aula, devem voltar-se para as questões da contextualização e da interdisciplinaridade” (PERNAMBUCO, 2012, p.120). As Orientações Curriculares para o Ensino Médio Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias advertem:

É preciso lembrar que a contextualização deve ser vista como um dos instrumentos para a concretização da ideia de interdisciplinaridade e para favorecer a atribuição de significados pelo aluno no processo de ensino e aprendizagem. A articulação da Matemática ensinada no ensino médio com temas atuais da ciência e da tecnologia é possível e necessária. (BRASIL, 2006, p.95).

Diante do exposto, buscamos desenvolver, no projeto do PIBIC, um estudo sobre como a contextualização se apresenta nos LD. Em particular escolhemos o tema de Função Quadrática por ser um assunto bem comum no Ensino Médio. Além de conter orientações específicas sobre sua relação com a contextualização. Por exemplo: “É recomendável que o aluno seja apresentado a diferentes modelos, tomados em diferentes áreas do conhecimento” (BRASIL, 2006, p. 72), como queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado, dentre outros.

Como continuidade do projeto do PIBIC, propomos no TCC aprofundar o tema da contextualização para outro tipo de questão: Como tem ocorrido a relação intramatemática em situações-problema sobre o tema Função Quadrática? Visto que:

Deve-se observar que as articulações com as práticas sociais não são as únicas maneiras de se favorecer a atribuição de significados a conceitos e a procedimentos matemáticos, pois isso igualmente é possível, em muitos casos, com o estabelecimento de suas conexões com outros conceitos e procedimentos matemáticos importantes. (BRASIL, 2006, p.95).

As relações intramatemáticas, ou seja, aquelas que destacam as conexões entre os conceitos e procedimentos matemáticos também são apresentadas nos Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: “Em outras palavras, as escolhas do professor devem priorizar conceitos e procedimentos que permitam as conexões entre diversas ideias matemáticas, diferentes formas de pensamento matemático e vários campos do conhecimento”. (PERNAMBUCO, 2012, p.120).

O interesse em verificar como tem ocorrido a relação intramatemática sobre o tema Função Quadrática em LD, levou-nos a delimitar um tipo de situação-problema, aquela que envolve simultaneamente os conteúdos matemáticos "Função Quadrática e Área Máxima". Em torno do aprofundamento da análise desse tipo de situação-problema sentimos a necessidade de identificar a sua organização matemática, com base na Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999), isto é, no limite do que conseguimos, em termos dos tipos de tarefas e de técnicas.

Dessa forma, o objetivo geral desse TCC é identificar os diferentes tipos de contextualizações e a praxeologia matemática de situações-problema envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de Retângulos. Tendo como objetivos específicos: averiguar os diferentes tipos de contextualização em situações-problema envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de retângulos em LD do Ensino Médio e levantar os tipos de tarefas e de técnicas em situações-problema envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de retângulos.

Em busca de atingir esses objetivos, no primeiro capítulo apresentamos algumas considerações sobre os tipos de contextualização para o ensino de Matemática (interdisciplinar, histórica, no cotidiano, matemática), baseadas em alguns trabalhos de dissertações na área de Educação Matemática. No segundo capítulo expomos elementos da Teoria Antropológica do Didático (TAD) como suporte à análise da organização matemática dos LD. No terceiro capítulo apresentamos a metodologia com os LD consultados e os critérios de coleta e análise dos dados. No quarto capítulo são apresentados os resultados da pesquisa em duas etapas: análise dos tipos de contextualização e análise da organização matemática das situações-problema analisadas. Finalmente, expomos algumas considerações sobre impressões pessoais, limites e perspectivas futuras desse estudo.

1. CONTEXTO E CONTEXTUALIZAÇÃO NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Chaves (2016, p. 45) indica que o termo contexto vem do latim *contextus*, que significa “um conjunto de circunstâncias que cercam e esclarecem um fato”. Enquanto que “contextualizar é o ato de vincular o conhecimento à sua origem e à sua aplicação”.

Kato e Kawasaki (2007, p. 2), explicam que o termo ‘contextualização’ é uma derivação do termo ‘contexto’, cujo significado literal vem do latim *contextus* e pode ser entendido por “um encadeamento de idéias de um texto, ou seja, a forma como estão ligadas entre si as diferentes partes de um todo organizado”.

De acordo com Silva e Santo (2004, p. 3), o contexto é “a variável dependente de situações *suigêneres*. O contexto depende diretamente das variáveis que se interconectam na constituição de um dado fenômeno”. Para esses autores, “contextualizar é situar um fato dentro de uma teia de relações possíveis em que se encontram os elementos constituintes da própria relação considerada” (*idem*).

Segundo Tufano (2002, p.40), “contextualizar é o ato de colocar no contexto, ou seja, colocar alguém a par de alguma coisa; uma ação premeditada para situar um indivíduo em lugar no tempo e no espaço desejado [...]; uma espécie de argumentação ou uma forma de encadear idéias”. Para Vieira (2004, p. 25), “a contextualização seria, pois, o estabelecimento de relações entre diversos “textos” na busca de referências para a produção, a ampliação, o aprofundamento ou a incorporação de significados”.

1.2 Tipos de contextualização no ensino de matemática

Vários autores, a exemplo de Barbosa (2004), reconhecem que a ideia de contextualização está, na maioria das vezes, associada apenas a conexões estabelecidas entre a Matemática e o cotidiano ou entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. Dessa forma, esse autor, ao se referir à contextualização da Matemática, acrescenta:

A utilização do termo “contextualização” tem sido indevida, já que todas as atividades da matemática escolar pertencem a um determinado contexto. Dessa forma, não cabe reivindicar a contextualização do ensino da Matemática. Ele já está contextualizado. A questão é outra. Qual é o contexto? Quais contextos desejamos. (BARBOSA, 2004,p.2-3).

Para Vieira (2004, p. 49-50), a contextualização no ensino de matemática pode ocorrer em três faces: Sociocultural, Histórica e Interna à Matemática. Sobre a

Contextualização Sociocultural, assinala-se “a presença de aspectos sociais na referência a situações do cotidiano do aluno”. Porém, surgem igualmente referências a situações que envolvem manifestações culturais locais, informações de outros campos do conhecimento (abordagens interdisciplinares) e preocupações universais ou Temas Transversais.

Sobre as situações no cotidiano, Vieira (2004, p.50), chama a atenção para o fato que a “Matemática aparece como instrumento para a solução de problemas do dia-a-dia, situações cotidianas. Muitas vezes, mobilizam-se conhecimentos construídos fora da escola pela necessidade da vida individual ou social”. No caso das abordagens interdisciplinares – essas “acontecem nas atividades matemáticas nas quais o aluno é chamado a lidar com informações de outras disciplinas”. As preocupações “universais” ou Temas Transversais – “aparecem nos livros em situações que envolvem questões que fazem parte do contexto mundial, principalmente, conceitos relacionados aos Temas Transversais, ou seja, Ética, Pluralidade Cultural, Saúde, Meio Ambiente, Orientação Sexual na Matemática. (VIEIRA, 2004, p. 50).

A Contextualização Histórica “mostram uma tentativa de situar o conhecimento para o aluno, dizendo o porquê de tal conteúdo e o como foi criado, esclarecendo a origem e o desenvolvimento de algumas idéias e revelando alguns de seus personagens”. (VIEIRA, 2004, p. 50). Essa é subdividida em: A primeira é “a história do conhecimento apresentada por meio de situações curiosas e intrigantes, mas restritas a feitos ou episódios individuais ou fortuitos”. A segunda utiliza-se da história para “mostrar como o modo de produção do conhecimento explica sua organização, suas possibilidades e até seus limites” (idem).

A Contextualização Interna na Disciplina Matemática “se constitui das situações em que os autores se utilizam de recursos e articulações, dentro da própria Matemática, para favorecer a construção do conhecimento. Aqui destacamos três possibilidades: “Articulação entre as diversas áreas da Matemática; articulação entre conhecimento matemático novo e o já abordado e articulação entre diferentes representações matemáticas” (VIEIRA, 2004, p.51).

Para Nascimento (2009, p. 55), os contextos da História da Matemática são “aqueles que exploram a gênese do conhecimento matemático”; construção do conhecimento ao longo da história. “Mostram que o conhecimento matemático surgiu aos poucos, com aproximações e erros, que não é algo pronto”. Já os contextos do cotidiano/práticas sociais incluem o que remete à realidade e aos acontecimentos e

situações do dia-a-dia além da perspectiva do próprio educando. Nesse sentido, “as questões sociais, políticas, econômicas e culturais, que mesmo que não façam parte do contexto imediato do sujeito, podem representar contextos significativos na abordagem dos conteúdos matemáticos” (*idem*).

Quanto aos contextos de outras áreas do conhecimento escolar/ científico, Nascimento (2009, p. 55), coloca que esses se referem aos contextos “que fazem a conexão da Matemática com outros conhecimentos, mostrando que nenhum conhecimento é construído isolado de outros conhecimentos. O trabalho com esses tipos aproxima-se do princípio da interdisciplinaridade”.

Nascimento (2009, p. 55), explica os contextos de outros campos matemáticos, como aqueles que “trabalham as conexões intra-matemática; possibilitam a percepção do conhecimento matemático como uma “grande rede” que procura dar respostas a si mesmo a partir de seus próprios conceitos”. Nesse sentido, as questões propostas no âmbito da própria função afim são tidas como contextos específicos. Esses exploram as conexões intra-matemática, porém sem extrapolar seus próprios conceitos e propriedades.

De modo mais específico ao nosso objeto de estudo – Função Quadrática, Chaves (2016) caracteriza quatro tipos de contextualização: 1. No contexto do dia a dia, quando seu enunciado apresentar dados e/ou fatos habituais aos alunos, ou seja, presentes na vivência do dia a dia; 2. No contexto da História da Matemática, quando seu enunciado fizer apelo a fatos e/ou problemas históricos da Matemática; 3. No contexto da interdisciplinaridade, quando seu enunciado evocar a articulação entre as diversas disciplinas (Matemática e/ou outras áreas do conhecimento) e 4. No contexto matemático, quando seu enunciado evocar articulações entre diversos saberes/conhecimentos de campo e/ou diferentes campos matemáticos.

A título de síntese, no quadro 1, apresentamos uma comparação dos tipos de contextualização discutidos por Vieira (2004), Nascimento (2009) e Chaves (2016).

Quadro 1 - Síntese dos tipos de contextualização no ensino de matemática

Autor (a)	Tipos de contextualização			
Vieira (2004)	Sociocultural / Cotidiano	Histórica	Interna à Matemática	Sociocultural / abordagens interdisciplinares
Nascimento (2009)	Contextos do cotidiano/práticas sociais	Contextos históricos da Matemática	Contextos de outros campos matemáticos/ Contextos da própria função afim.	Contextos de outras áreas do conhecimento escolar/ científico, como Física, Biologia, Literatura, Geografia, Química, Arte, etc
Chaves (2016)	Contexto no dia a dia	Contexto na história da Matemática	Contexto na Matemática	Contexto na interdisciplinaridade

Fonte: Autoria própria.

A partir do Quadro 1, retemos os seguintes tipos de contextualização:

- Contextualização Interdisciplinar - relacionada à articulação da matemática com outras áreas do conhecimento;
- Contextualização Histórica - alusiva a fatos, personagens e evoluções históricas da Matemática;
- Contextualização no Cotidiano - referente a situações dia a dia;
- Contextualização Matemática - relacionada à articulação interna de conceitos e áreas da própria matemática.

A seguir apresentamos algumas considerações sobre a Teoria Antropológica do Didático.

2. CONSIDERAÇÕES SOBRE A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

A Teoria Antropológica do Didático, elaborada pelo professor francês Yves Chevallard (1992), é complementar aos estudos sobre a transposição didática do objeto matemático e se constitui como uma ferramenta que possibilita a análise das transformações que são realizadas nos objetos de saber a ensinar, no seio das instituições.

A TAD oferece as ferramentas que possibilitam desvelar as organizações matemáticas e didáticas usuais nestas instituições no trabalho com os objetos de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, o conjunto composto por essas organizações (matemáticas e didáticas) é um patrimônio da instituição escola, da instituição livro didático de matemática, da instituição professor, por exemplo. Araújo (2009, p. 20) afirma que a TAD “permite descrever e estudar as condições de existência dos objetos dos saberes nas instituições de ensino”.

2.1. A Organização Praxeologica

Segundo Chevallard (1992), para determinado tema de estudo deve-se considerar, em primeiro lugar, a realidade matemática que pode ser construída, a qual chama de Praxeologia Matemática ou Organização Matemática (OM); em segundo lugar, a maneira como essa realidade pode ser estudada, que será denominada Organização Didática (OD).

A noção de praxeologia matemática é instituída com base nos tipos de tarefas (T) a serem realizadas por meio da técnica (τ), que, por sua vez, é explicada e legitimada por elementos tecnológicos (θ), justificados e esclarecidos por uma teoria (Θ). A praxeologia [T, τ , θ , Θ] formada por esses quatro componentes articula um bloco prático-técnico [T, τ], designando o saber-fazer, que consiste da associação entre certo tipo de tarefa e uma determinada técnica, e um bloco tecnológico-teórico [θ , Θ], designando o saber, resultado da articulação entre a tecnologia e a teoria. (ARAÚJO, 2009).

Organização Didática ou Praxeologia Didática, a maneira como poder ser construída essa realidade matemática, ou seja, a maneira que pode ser realizado o estudo do tema. Como toda organização praxeológica, uma organização didática se articula em tipos de tarefas, em técnicas, em tecnologias, em teorias. Uma organização matemática não se organiza de maneira única, mas certos tipos de situações estão necessariamente

sempre presentes. Dentro dessa organização destacam-se tipos de situações, que são chamadas de momentos de estudo ou momentos didáticos:

Segundo Araújo (2009) a Praxeologia Didática têm como objetivo permitir a existência de uma praxeologia matemática relativa a um determinado saber, isto é, ela permite a (re) construção ou transposição de uma determinada praxeologia matemática, articulando-se também em torno de tipos de tarefas, de técnicas, de tecnologias e de teorias. E como descrever tal organização?

De acordo com Carvalho (2012), Chevallard descreve a organização didática a partir chama de momentos de estudo ou momentos didáticos.

Os momentos didáticos são definições didáticas e não se apresentam numa ordem cronológica ou num sentido linear; representam uma realidade funcional de estudo. Segundo Chevallard (1999) ao analisar certa organização didática coloca-se em prática certa organização matemática, investigando-se o modo como são realizados os diferentes momentos de estudo. No entanto, certa organização matemática pode ter sido posta em prática por diferentes organizações didáticas o que implicará em resultados diferentes na aprendizagem, assim temos a importância de investigar a organização didática vinculada a uma organização matemática por meio do estudo dos momentos didáticos (CARVALHO, 2012, p. 49).

Em nosso trabalho, vamos apenas abordar a praxeologia matemática, em particular o bloco prático-técnico $[T, \tau]$, designando o saber-fazer, que consiste da associação entre certo tipo de tarefa e uma determinada técnica.

3 METODOLOGIA

3.1 Campo da pesquisa

A presente pesquisa foi realizada em oito coleções recém-aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático do Ensino Médio:

Quadro 2 – Coleções de livros didáticos

LD	Coleções
LD1	Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017)
LD2	Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016)
LD3	#Contato Matemática (SOUZA; GARCIA, 2016)
LD4	Quadrante Matemática (CHAVANTE; PRESTES, 2016)
LD5	Matemática Contexto & Aplicações (DANTE, 2016)
LD6	Conexões com a Matemática (LEONARDO, 2016)
LD7	Matemática Ensino Médio (SMOLE; DINIZ, 2016)
LD8	Matemática Paiva (PAIVA, 2015)

Fonte: Autoria própria.

Na análise dos LD, focamos aqueles do 1º ano do Ensino Médio devido nesses conter o capítulo referente à Função Quadrática. Esclarecemos que todos os LD analisados foram aqueles destinados ao professor, exceto o LD7 - Coleção Matemática Ensino Médio (SMOLE; DINIZ, 2016) que tivemos acesso apenas ao LD destinado ao aluno.

3.2 Critérios de coleta e análise de dados

Desenvolveu-se a análise dos LD (Quadro 2) em duas etapas. A primeira etapa referente aos tipos de contextualização e a segunda, sobre a praxeologia matemática em torno de situações-problema envolvendo Função Quadrática, Perímetro e Área máxima de retângulos.

Na primeira etapa realizamos a análise sobre três partes dos capítulos sobre Função Quadrática. Em particular, no tópico Valor Mínimo ou Valor Máximo de uma Função Quadrática: Introdução dos capítulos, atividades resolvidas e atividades propostas à resolução dos alunos. Sobre cada uma dessas partes, empreendemos a contagem dos

itens para posterior classificação. Como foi dito, na análise levamos em conta a classificação de alguns autores sobre os tipos de contextos e contextualização para o ensino de matemática, mediante revisão da literatura, conforme vimos no Quadro 1: Contextualização Interdisciplinar; Contextualização Histórica; Contextualização no Cotidiano e Contextualização Matemática.

Quanto a análise dos tipos de tarefas e de técnicas, fomos selecionando cada uma delas e analisando-as a fim de organizar os dados em quadros descritivos. Nesses quadros descritivos expomos cada tarefa e técnica relacionada e seus subtipos. Assim como exemplos de cada uma delas.

4 ANÁLISE DOS DADOS

Nesse capítulo apresentamos os resultados das duas etapas de análise dos LD do EM. A primeira etapa referente aos tipos de contextualização sobre o tema Função Quadrática e em particular, à situações-problema envolvendo Área máxima de retângulos. A segunda etapa - sobre a praxeologia matemática, apenas, em torno de situações-problema envolvendo Função Quadrática e Área máxima de retângulos.

4.1 Resultados da primeira etapa

4.1.1 Introdução do capítulo sobre Função Quadrática nos LD

No Quadro 3, pode-se visualizar o levantamento realizado nos LD, quanto ao tipo de contextualização na introdução dos capítulos sobre Função Quadrática.

Quadro 3 - Síntese sobre a introdução do capítulo nos LD sobre Função Quadrática

LD	Contextualização Matemática	Contextualização no Cotidiano	Contextualização Histórica	Contextualização Interdisciplinar
LD1	-	x	-	-
LD2	-	x	-	-
LD3	-	-	-	x
LD4	-	-	x	-
LD5	-	x	-	-
LD6	-	-	-	x
LD7	-	-	-	x
LD8	-	x	-	-

Fonte: Autores (2019).

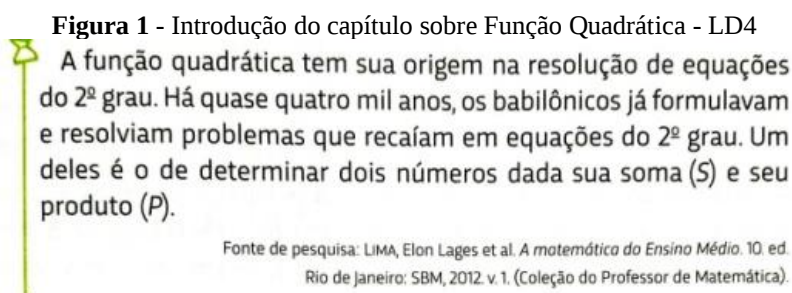
Percebe-se no Quadro 3 que na introdução do capítulo sobre o tema Função Quadrática, nenhum dos oito LD consultados, tratou de fazê-la a partir da *Contextualização Matemática*.

Sobre a *Contextualização no Cotidiano* (Quadro 3) - essa aparece na introdução dos capítulos, nos LD: LD1, LD2, LD5 e LD8. No LD1, foram identificadas duas situações-problema: 1. Sobre quantos jogos serão realizados em um campeonato, disputado por 10 clubes, pelo sistema em que todos jogam contra todos em dois turnos e 2. O cálculo da área do terreno de um campo de futebol limitado por uma cerca. No manual do professor desse LD, enfatiza-se que: "Contextualizar o conteúdo que quer ser

aprendido significa em primeiro lugar assumir que todo conhecimento envolve uma relação entre sujeito e objeto [...]. É o recurso que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo" (IEZZI *et al.*, 2017, p. 293).

A *Contextualização no Cotidiano* no LD2 aparece a partir da trajetória parabólica de um saque de bola em um jogo de vôlei, recuperando a história do saque "Jornada nas Estrelas" do jogador Bernard Rajzman. Sobre esse tipo de contextualização, no manual do professor, afirma-se que essa "permite ao aluno interpretar e intervir em situações do seu dia a dia, de acordo com suas necessidades" (BALESTRI, 2016, p. 301). No LD5, a *Contextualização no Cotidiano*, ocorre a partir da apresentação de uma imagem de montanha-russa no parque Canada's Wonderland (em Otário-Canadá), com uma simples menção, que parte desse brinquedo lembra um arco de parábola. Acerca desse tipo de contextualização, no manual do professor, é dito que: "Tratar os conteúdos de forma contextualizada significa aproveitar ao máximo as relações existentes entre esses conteúdos e o contexto pessoal ou social do aluno, dando significado ao que está sendo aprendido [...]" (DANTE, 2016, p. 300). O LD8 apresenta uma situação-problema no setor industrial sobre a produção de peças e custos. Logo em seguida, apresenta outra situação-problema tratando sobre a venda de cadernos de acordo com o seu preço. Dentre as orientações ao professor, nesse LD, destaca-se o estímulo ao aluno a "conhecer situações em que os conhecimentos matemáticos são aplicados e possa estender essa aplicação a situações-diversas" (PAIVA, 2015, p. 285).

Quanto à *Contextualização Histórica* - apenas no LD4, essa foi apresentada a partir de uma pequena nota sobre a sua origem relacionada aos babilônicos. Isto é, logo no primeiro momento de introdução do tema em tela. Vale ressaltar que esse foi o único momento identificado, nesse LD, quanto à abordagem da *Contextualização Histórica* na introdução dos tópicos de estudo da Função Quadrática.



Fonte: Chavante e Prestes (2016, p. 99).

Particularmente, no manual do professor do LD4, é exposto que com base em sua constituição histórica, a Matemática passa a ser entendida como "uma construção humana em que os conceitos foram sendo desenvolvidos para resolver problemas relacionados à necessidade de diferentes culturas em seus diferentes momentos históricos" (CHAVANTE; PRESTES, 2016, p. 299).

Ressaltamos que no decorrer do capítulo do LD5 encontram-se referências à *Contextualização Histórica*. No manual do professor do LD5 é dito que: "A história da matemática é também uma importante ferramenta de contextualização ao focar a evolução e as crises pelas quais determinados conceitos matemáticos passaram ao longo da História" (DANTE, 2016, p. 300).

No que concerne à *Contextualização Histórica*, destaca-se O LD5 como aquele que mais explorou esse tipo de contextualização quanto ao tema Função Quadrática. Outros LD, a exemplo do LD2, expõe no seu manual do professor que a coleção apresenta atividades e textos nos quais a história da matemática está presente. "Nessas situações, além do conteúdo matemático, os alunos terão a oportunidade de, por exemplo, compreender a matemática como uma construção humana desenvolvida no decorrer do tempo e a partir de suas necessidades" (BALESTRI, 2016, p.299). No entanto, não as encontramos no capítulo de Função Quadrática. Fato semelhante ocorre nas orientações didáticas do LD1, no qual, chega-se a fazer menção que na coleção são apresentados textos ou pequenas referências à História da Matemática, os quais "tem por objetivo colocar o leitor em contato com a história da criação do conhecimento em Matemática ou simplesmente situá-lo na linha do tempo" (IEZZI *et al.*, 2017, p. 295).

A *Contextualização Interdisciplinar*, aparece na introdução do capítulo, no LD3, LD6 e LD7. No LD3, em uma explanação sobre o salto dos cangurus e sua relação com a trajetória de uma parábola, relacionada à Biologia, no que concerne a características desse tipo de mamífero. O LD3 apresenta no manual do professor que a interdisciplinaridade permite "uma mudança de atitude em busca de diferentes contextos para garantir a construção de um conhecimento globalizado, que rompa os limites das disciplinas" (SOUZA; GARCIA, 2016, p. 299).

No LD6, esse tipo de contextualização é proposto a partir da queda livre de um paraquedista, trazendo noções da área da Física, como: aceleração da gravidade e distância percorrida depois de um intervalo de tempo. No manual do professor desse LD menciona-se que com a "interdisciplinaridade, espera-se o estabelecimento de uma

intercomunicação efetiva entre as disciplinas por meio da fixação de um objeto comum diante dos objetos particulares" (LEONARDO, 2016, p.276). No LD7 foi tratado na introdução do capítulo, o uso da Função Quadrática também na Física. Nesse LD, tem-se o exemplo do lançamento de um foguete não tripulado carregando um satélite, sendo esse relacionado ao estudo de movimento de projéteis.

Grosso modo, os tipos de contextualização identificados na introdução do capítulo de Função Quadrática (Quadro 3), logo na primeira capa do mesmo, referem-se em maior parte à contextualização no cotidiano ou interdisciplinar. No que concerne ao *Contexto Interdisciplinar*, a maior parte, apresenta-se relacionada à Física. Quanto à *Contextualização no Cotidiano*, alguns dos LD apenas retratam por meio de ilustrações a sua relação com a Função Quadrática (ex: LD5, LD2); enquanto outros LD, buscam abordar situações-problema do dia a dia que podem ser resolvidas por meio de Função Quadrática (ex: LD1, LD8).

4.1.2 Análise das atividades resolvidas

No Quadro 4, podemos visualizar o levantamento realizado nos LD, quanto ao tipo de contextualização das atividades resolvidas (ou exemplos) propostas pelos autores nos capítulos de Função Quadrática.

Quadro 4 – Síntese das atividades resolvidas

LD	Contextualização Matemática	Contextualização no Cotidiano	Contextualização Histórica	Contextualização Interdisciplinar	Total
LD1	21	1	0	0	22
LD2	13	2	0	4	19
LD3	14	1	0	0	15
LD4	9	1	0	0	10
LD5	36	1	0	8	45
LD6	18	0	0	1	19
LD7	14	0	0	0	14
LD8	9	2	0	1	12
Total	134	8	0	14	156

Fonte: Autores (2019).

Levando-se em conta as atividades resolvidas abordando a *Contextualização Matemática* (Quadro 4), essas são mais enfatizadas no LD5. O LD8 e o LD4 são aqueles que apresentam o menor número desse tipo de atividade.

A propósito do LD5, no manual do professor, afirma-se que ao se assumir uma concepção de contextualização, toma-se a posição de que "um trabalho em Matemática, com esse propósito, não tem sua ênfase apenas voltada a situações aplicadas ao cotidiano ou a outras disciplinas, mas também a situações puramente matemáticas" (DANTE, 2016, p. 300). Dentre as atividades resolvidas no LD5, a maior parte delas, relaciona-se ao contexto matemático da própria Função Quadrática, como vimos, nos termos propostos por Nascimento (2009) sobre a Função Afim. Ademais, no LD5 ocorrem exemplos que articulam explicitamente a Função Quadrática com a Geometria (método de fatoração na resolução de equações do 2º grau; cálculo do número de diagonais de polígonos). Além de sua conexão com a Progressão Aritmética.

Sobre as atividades resolvidas abordando a *Contextualização no Cotidiano*, essas se destacam no LD2 e no LD8; por exemplo, envolvendo Matemática Financeira (Figura 2 e 3). No LD6 e no LD7 - nenhuma das atividades resolvidas foi identificada quanto à *Contextualização no Cotidiano*.

Figura 2 - Contextualização no Cotidiano sobre Função Quadrática - LD2

(PUC-MG) Uma empresa de turismo fretou um avião com 200 lugares para uma semana de férias, devendo cada participante pagar R\$ 500,00 pelo transporte aéreo, acrescidos de R\$ 10,00 para cada lugar do avião que ficasse vago. Nessas condições, o número de passagens vendidas que torna máxima a quantia arrecadada por essa empresa é igual a:

- a) 100 b) 125 c) 150 d) 180

Resolução

Seja x o número de lugares vagos. Como para cada lugar vago é acrescido R\$ 10,00 ao valor das demais passagens, a função que descreve a quantia arrecadada pela empresa será:

$$\begin{array}{c} \text{total de passagens} \quad \text{valor de cada passagem} \\ f(x) = (200 - x) \cdot (500 + 10x) \Rightarrow f(x) = -10x^2 + 1500x + 100\,000 \end{array}$$

Calculando x_v , temos:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_v = -\frac{1\,500}{2 \cdot (-10)} = 75 \rightarrow 75 \text{ lugares vagos}$$

Assim, a arrecadação máxima ocorrerá com 75 lugares vagos, ou seja, quando forem vendidas 125 passagens ($200 - 75 = 125$).

Portanto, a alternativa **b** é a correta.

Fonte: Balestri (2016, p.105).

Figura 3 - Contextualização no Cotidiano sobre Função Quadrática - LD8

O administrador de uma papelaria observou que, quando o preço unitário de um tipo de caderno era R\$ 20,00, eram vendidos 100 cadernos por dia. Depois verificou que, para cada aumento de R\$ 0,50 por caderno, o número de cadernos vendidos por dia diminuía em 2 unidades. Com essas informações o administrador estabeleceu o preço por caderno para que a receita diária arrecadada com sua venda fosse máxima.

- a) Qual foi o preço estabelecido por caderno?
b) Qual será a receita diária apurada com a venda desse tipo de caderno para o preço estabelecido?

Fonte: Paiva (2015, p. 187).

Dentre as atividades resolvidas nos oito LD, nenhuma foi identificada que se relacionasse à *Contextualização Histórica*, embora como vimos alguns dos LD consultados a abordem na introdução de tópicos da Função Quadrática.

Sobre as atividades resolvidas abordando a *Contextualização Interdisciplinar*, o LD5 e o LD2, destacam-se quanto ao maior número de atividades desse tipo (Figura 4). Sobretudo, na articulação entre Física e Matemática.

Figura 4 – Contextualização Interdisciplinar sobre Função Quadrática – LD5.

Exercícios resolvidos passo a passo: exercício 16

13. Física
A trajetória da bola, em um chute a gol, descreve uma parábola. Supondo que sua altura h , em metros, t segundos após o chute, seja dada por $h = -t^2 + 6t$, responda:

a) Em que instante a bola atinge a altura máxima?
b) Qual é a altura máxima atingida pela bola?



Representação da trajetória da bola em um chute a gol.

Resolução:
 $h = -t^2 + 6t$
Ponto de máximo: $V(t_v, h_v)$

a) A bola atinge a sua altura máxima quando: $t_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3$
Logo, a bola atinge a altura máxima 3 segundos após o chute.

b) A altura máxima atingida pela bola é:
 $h_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{36}{4(-1)} = \frac{36}{-4} = 9$ ou $h(3) = -3^2 + 6 \cdot 3 = -9 + 18 = 9$
A altura máxima atingida pela bola é 9 metros.

Fonte: Dante (2016, p. 127).

No LD5, destaca-se um tópico específico "Conexão entre Função Quadrática e Física", tratando sobre o Movimento Uniformemente Variado (MUV); bem como no LD2. Identificou-se apenas uma atividade resolvida relativa à *Contextualização Interdisciplinar* no LD2, LD6 e LD8 também relacionadas à Física.

De modo geral, a *Contextualização Interdisciplinar*, embora em menor medida que a *Contextualização Matemática* recebeu destaque nas atividades resolvidas nos LD.

4.1.3 Análise das atividades propostas à resolução dos alunos

No Quadro 5 pode ser visualizado o levantamento realizado nos LD, quanto ao tipo de contextualização sobre as atividades propostas à resolução dos alunos.

Quadro 5 - Síntese das atividades propostas à resolução dos alunos

LD	Contextualização Matemática	Contextualização no Cotidiano	Contextualização Histórica	Contextualização Interdisciplinar	Total
LD1	132	13	0	5	150
LD2	134	23	2	24	183
LD3	125	30	0	10	165
LD4	125	4	0	0	129
LD5	169	15	1	15	200
LD6	196	8	0	4	208
LD7	159	4	0	8	171

LD8	35	14	0	21	70
Total	1075	111	3	87	1276

Fonte: Autores (2019).

Sobre as atividades propostas à resolução dos alunos (Quadro 5) abordando a *Contextualização Matemática*, essas foram mais presentes no LD5, LD6 e LD7. O LD8 foi o que apresentou o menor número de atividades desse tipo.

Embora não se tenha aprofundado os tipos de *Contextualização Matemática* nas situações-problemas propostas à resolução dos alunos, devido a sua grande quantidade (Quadro 5); é possível perceber o maior número delas voltada para a contextualização da própria Função Quadrática. Ainda que sejam identificadas situações-problema (como na Figura 5), envolvendo diferentes conceitos de diferentes campos matemáticos: geométrico, algébrico e das grandezas e medidas.

Quadro 5 - Síntese das atividades propostas à resolução dos alunos

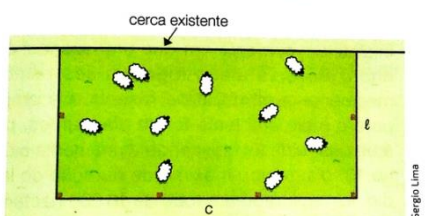
11. Determine a área máxima que pode ter um retângulo de perímetro igual a 48 cm. 144 cm^2

Fonte: Leonardo (2016, p. 132).

Sobre as atividades propostas à resolução dos alunos abordando a *Contextualização no Cotidiano* (Quadro 5), essas são destaque no LD2 e LD3.

Figura 6 – Contextualização Matemática sobre Função Quadrática – LD3

48. José irá cercar uma área retangular de seu sítio para criar carneiros. Ele tem um rolo de arame com 240 m e deseja construir a cerca com quatro fios. Sabendo que ele irá aproveitar uma cerca já existente na propriedade, qual deve ser a medida da largura ℓ e do comprimento c para que ele consiga uma área máxima de pastagem para sua criação? $\ell = 15 \text{ m}$ e $c = 30 \text{ m}$



Fonte: Souza e Garcia (2016, p. 127).

O LD4, o LD5 e o LD6 - foram os LD que apresentaram o menor número de atividades propostas à resolução dos alunos quanto à *Contextualização no Cotidiano*.

Apenas no LD2 e no LD5, foram identificadas atividades propostas à resolução dos alunos, envolvendo a *Contextualização Histórica*. Ainda que, no caso do LD2 (Figura 7) ela apareça com um adendo da situação-problema em tela.

Figura 7 – Contextualização Histórica sobre Função Quadrática – LD2

66. O volume de um gás ideal sob pressão constante varia em função da temperatura de acordo com a fórmula $V(T) = c \cdot T$, em que V é o volume do gás, em mL, T a temperatura, em Kelvin e c uma constante.

Observe no quadro o volume ocupado por determinado gás, a certa pressão, de acordo com sua temperatura.

Volume (mL)	Temperatura (K)
25	293
26,45	310
26,71	313
27,56	323
24,15	283
31,82	373

- a) Determine a lei de formação da função V que expressa o volume do gás apresentado no quadro em função da temperatura. $V(T) = 0,0853T$

- b) Qual a taxa de variação da função V ? $0,0853$

Lei de Charles

A fórmula $V(T) = c \cdot T$ foi apresentada em 1787 pelo físico francês Jacques Alexandre César Charles (1746-1823), que estudou a variação de volume de gases ideais de acordo com a variação de temperatura.

Essa lei pode ser enunciada por:

"À pressão constante, o volume ocupado por uma quantidade de gás é diretamente proporcional à sua temperatura absoluta."



Jacques Charles (1746-1823).

Fonte: Balestri (2016, p. 121).

Quanto as atividades propostas à resolução dos alunos abordando a *Contextualização Interdisciplinar*, percebe-se o maior número delas no LD2 e no LD8 (Quadro 5). No LD4 não foram constatadas atividades desse tipo.

Figura 8 – Contextualização Interdisciplinar sobre Função Quadrática – LD2

51. (UFMG) Há várias regras para se determinar, com base na dose recomendada para adultos, a dose de um medicamento a ser ministrada a crianças. Analise estas duas fórmulas:

• Regra de Young: $c(x) = \frac{x}{x+12}a$

• Regra de Cowling: $c(x) = \frac{x+1}{24}a$

Em que:

• x é a idade da criança, em anos;

• a é a dose do medicamento, em cm^3 , para adultos; e

• c é a dose do medicamento, em cm^3 , para crianças.

Considerando essas informações:

- a) Determine os valores de x para os quais as duas regras levam a doses iguais para crianças.

- b) Sabendo que as duas regras são aplicadas no cálculo de doses para crianças entre 2 e 13 anos de idade, determine os valores de x para os quais a regra de Young leva a uma dose maior que a regra de Cowling. $2 \leq x < \frac{11+\sqrt{73}}{2}$

Os especialistas consideram, além da idade da criança e dosagem recomendada para adultos, vários outros fatores para indicar a dose de um medicamento. Assim, as fórmulas apresentadas não devem ser utilizadas sem orientações médicas. A automedicação pode causar intoxicação, mascarar sintomas, retardar a identificação e agravar a doença, entre outras consequências.

Fonte: Balestri (2016, p. 323).

Na Figura 8, percebe-se a relação entre Matemática e Biologia, onde se aborda a dosagem de medicamentos para criança, com base em duas fórmulas (Regras de Young e Cowling). "Nessa atividade espera-se que os alunos aprofundem seus conhecimentos desenvolvidos e também reflitam sobre os perigos da automedicação e a importância de sempre buscar orientações médicas (BALESTRI, 2016, *idem*).

De modo geral, as atividades propostas à resolução dos alunos o maior número delas se relaciona à *Contextualização Matemática* e em segundo lugar à *Contextualização no Cotidiano*.

4.1.4 Valor Mínimo ou Valor Máximo de uma Função Quadrática e Área Máxima de Retângulo nos LD

No Quadro 6 temos um panorama da análise das atividades referentes ao tópico dos LD sobre Valor Mínimo ou Valor Máximo de uma Função Quadrática.

Quadro 6 - Valor Mínimo ou Valor Máximo de uma Função Quadrática nos LD

LD	Contextualização Matemática	Contextualização no Cotidiano	Contextualização Interdisciplinar	Total
LD1	14 (2R, 12PA)	8(PA)	4 (PA)	26
LD2	14 (1R, 13PA)	8 (1I, 1R, 6PA)	1 (PA)	23
LD3	5 (2R, 3PA)	13 (1R, 12PA)	7(PA)	25
LD4	11 (PA)	1 (PA)	1(R)	13
LD5	17 (1R, 16PA)	2 (1R, 1PA)	7 (2R,5PA)	26
LD6	19 (2R,17PA)	4(PA)	4 (2R, 2PA)	27
LD7	19 (3R,16PA)	3 (PA)	4 (PA)	26
LD8	8 (PA)	5 (2R, 3PA)	6 (3R, 3PA)	19
Total	107	44	34	185

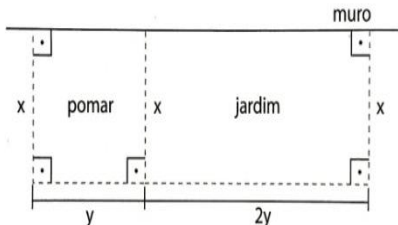
Fonte: Autores, 2019.

Legenda: I, introdução, R-resolvidas, PA- proposta ao aluno.

A partir do exposto no (Quadro 6) apresentamos uma análise sobre as situações-problema específicas, envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de um Retângulo.

Dentre 26 situações-problema do LD1, três delas foram identificadas (Quadro 7), envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de um Retângulo, propostas à resolução dos alunos: duas dessas contextualizadas no cotidiano (item a e b1-b2) e uma situação apenas no contexto matemático (na articulação dos campos algébrico, geométrico e das grandezas e medidas).

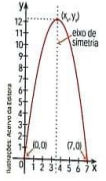
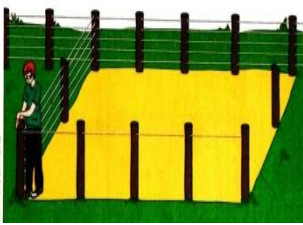
Quadro 7 - Exemplo de LD1

Contextualização no cotidiano	Contextualização matemática
32 Um fazendeiro possui 150 metros de um rolo de tela para cercar um jardim retangular e um pomar, aproveitando, como um dos lados, parte de um muro, conforme indica a figura seguinte:  a) Para cercar com a tela a maior área possível, quais devem ser os valores de x e y? b) Qual seria a resposta, caso não fosse possível aproveitar a parte do muro indicada, sendo necessário cercá-la com a tela? Nesse caso, em que percentual ficaria reduzida a área máxima da superfície limitada pelo jardim e pelo pomar reunidos? Fonte: Iezzi <i>et al.</i> (2017, p.105)	33 Entre todos os retângulos de perímetro 20 cm, determine aquele cuja área é máxima. Qual é essa área? Fonte: Iezzi <i>et al.</i> (2017, p.105)

Fonte: Autores, 2019.

No LD2, dentre 23 situações-problema, 5 delas foram identificadas, envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de um Retângulo, todas contextualizadas no cotidiano. Sendo uma dessas na introdução do tópico "Valor Mínimo ou Valor Máximo de uma Função Quadrática" e as demais como atividades propostas à resolução dos alunos.

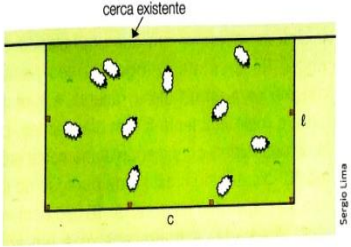
Quadro 8 - Exemplo de LD2

Contextualização no cotidiano	Contextualização matemática
■ VALOR MÍNIMO OU VALOR MÁXIMO DE UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA Marcela pretende construir um cercado para o seu cachorro e tem à disposição 14 m de alamedado. Sabendo que esse cercado será retangular, quais devem ser suas dimensões para que sua área seja máxima? Para responder a essa pergunta, inicialmente vamos chamar de x e z as dimensões do retângulo correspondente ao cercado. Dessa forma, o perímetro de 14 m desse retângulo será dado por $2x + 2z$. Escrevendo z em função de x, temos: $2x + 2z = 14 \Rightarrow z = \frac{14 - 2x}{2} \Rightarrow z = 7 - x$ A área y desse retângulo é $y = x \cdot z$, então: $y = x \cdot z \Rightarrow y = x \cdot (7 - x) \Rightarrow y = -x^2 + 7x$ Assim, a área do cercado é dada pela função $y(x) = -x^2 + 7x$, cujos zeros são $x_1 = 0$ e $x_2 = 7$. Observando o gráfico dessa função, note que a área máxima do cercado corresponde ao valor máximo de y, isto é, à ordenada do vértice da parábola (y_v). Além disso, os pontos de coordenadas $(0, 0)$ e $(7, 0)$ possuem mesma ordenada, logo são simétricos em relação ao eixo de simetria da parábola.  Lembre-se de que o eixo de simetria de uma parábola passa por seu vértice. Obtemos a abscissa do vértice da parábola (x_v) calculando a média aritmética das abscissas de dois pontos simétricos entre si. Nesse caso, temos: $x_v = \frac{0 + 7}{2} = 3,5$ Substituindo $x_v = 3,5$ em $z = 7 - x$, temos $z = 7 - 3,5 = 3,5$. Logo, as dimensões do cercado serão 3,5 m por 3,5 m. Calculando y para $x = 3,5$, obtemos a área máxima do cercado. $y(3,5) = -(3,5)^2 + 7 \cdot 3,5 = -12,25 + 24,5 = 12,25$ Portanto, a área máxima do cercado será 12,25 m², e suas dimensões serão 3,5 m de largura por 3,5 m de comprimento. Fonte: Balestri (2016, p. 102)	33. Bruno dispõe de 950 metros de arame para cercar uma superfície retangular a fim de prender algumas ovelhas. A cerca deverá ser composta de cinco fios de arame igualmente espaçados. Para economizar arame, ele utilizará uma das cercas já existentes na propriedade, tendo assim que cercar apenas três lados. Quais deverão ser as medidas da superfície cercada por Bruno de maneira que sua área seja máxima? 47,5 m e 95 m  Fonte: Balestri (2016, p. 107)

Fonte: Autores, 2019.

Das 25 situações-problema do LD3, uma delas foi identificada, envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de um Retângulo, como atividade resolvida pelo autor, apenas no contexto matemático (na articulação dos campos algébrico, geométrico e das grandezas e medidas). E, três situações-problema contextualizada no cotidiano, propostas à resolução dos alunos. Considerando que tem situações-problema com mais de uma tarefa.

Quadro 9 - Exemplo de LD3

Contextualização no cotidiano	Contextualização matemática
48. José irá cercar uma área retangular de seu sítio para criar carneiros. Ele tem um rolo de arame com 240 m e deseja construir a cerca com quatro fios. Sabendo que ele irá aproveitar uma cerca já existente na propriedade, qual deve ser a medida da largura ℓ e do comprimento c para que ele consiga uma área máxima de pastagem para sua criação? $\ell=15\text{ m}$ e $c=30\text{ m}$  Fonte: Souza e Garcia (2016, p.127)	> R12. Qual é a área máxima de um retângulo com 48 cm de perímetro? Resolução Sejam x e y as dimensões do retângulo. Se o perímetro é 48 cm, então: $2x + 2y = 48 \Rightarrow 2y = 48 - 2x \Rightarrow y = 24 - x$ A função que determina a área do retângulo é dada por: $f(x) = x \cdot y = x(24 - x) = -x^2 + 24x$ Segue que: $y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{24^2 - 4(-1)0}{4(-1)} = 144$ Portanto, a área máxima do retângulo é 144 cm². Quais as dimensões desse retângulo? O retângulo é um quadrado de lado 12 cm. Fonte: Souza e Garcia (2016, p.120)
45. Pedro pretende cercar uma região retangular em sua chácara para criar galinhas. Para isso, ele comprou 80 m de tela e pretende usá-la de modo a obter a maior área possível para o galinheiro. Quais devem ser as medidas dos lados desse galinheiro? Qual será a área máxima desse galinheiro? Os lados devem ter 20 m; 400 m² Fonte: Souza e Garcia (2016, p.126)	

Fonte: Autores, 2019.

No LD4, dentre 13 situações-problema, apenas 1 dessas foi identificada, envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de um Retângulo, na introdução do tópico " Função Quadrática- Definição" no contexto matemático.

Figura 9 - Exemplo de LD4

Valor máximo e valor mínimo de uma função quadrática

Em determinadas situações, surgem problemas em que a solução é obter o valor máximo ou o valor mínimo que uma função quadrática assume. Observe um problema desse tipo.

Saulo possui uma tela de comprimento p , que ele pretende utilizar para cercar uma região retangular. Qual é a maior área possível que a região cercada terá?

Se representarmos a região por meio de um retângulo cujos lados medem x e y , então o perímetro desse retângulo vai medir $2x + 2y$, que deverá coincidir com o comprimento p da tela. Assim:

$$2x + 2y = p \Rightarrow 2y = p - 2x \Rightarrow y = \frac{p}{2} - x$$

Então, a área do retângulo pode ser expressa por:

$$A(x) = x \cdot \left(\frac{p}{2} - x \right) \Rightarrow A(x) = -x^2 + \frac{p}{2}x$$

Assim, a área é expressa por uma função cujo gráfico é parte de uma parábola com a concavidade voltada para baixo. A ordenada y_v do vértice é o valor máximo que a função assume, e x_v é a abscissa para a qual esse valor máximo é atingido. Como os zeros dessa função são 0 e $\frac{p}{2}$, temos:

$$x_v = \frac{0 + \frac{p}{2}}{2} = \frac{p}{4} \quad y_v = A(x_v) = A\left(\frac{p}{4}\right) = \frac{p}{4} \cdot \left(\frac{p}{2} - \frac{p}{4}\right) = \frac{p}{4} \cdot \frac{p}{4} = \frac{p^2}{16}$$

Portanto, a área é máxima quando um dos lados mede $x_v = \frac{p}{4}$ e, nesse caso, o outro lado mede $y_v = \frac{p}{2} - x_v = \frac{p}{2} - \frac{p}{4} = \frac{p}{4}$, ou seja, o retângulo de perímetro p tem área máxima quando o retângulo é um quadrado de lado $\frac{p}{4}$, e a área máxima é igual a $\left(\frac{p}{4}\right)^2 = \frac{p^2}{16}$.

Fonte: Chavante e Prestes (2016, p. 116)

No LD5, dentre 26 situações-problema, nenhuma dessas foi identificada, envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de um Retângulo, no tópico "Valor Máximo e Valor Mínimo de uma Função Quadrática". Salvo uma na introdução geral do capítulo sobre Função Quadrática, que não foi objeto de nossa análise por não utilizar o cálculo do vértice da parábola.

Figura 10 - Exemplo de LD5

Sugira aos alunos que construam uma tabela para organizar os dados. Deixe-os trabalhar por alguns minutos e depois promova um rápido debate em sala para obter a opinião dos vários grupos. Não é o momento de resolver o problema analiticamente, mas é uma ótima oportunidade para aguçar a curiosidade dos alunos, pois o conhecimento necessário para resolver essa situação de maneira direta será estudado neste capítulo.

1 Definição de função quadrática

Reúna-se com um colega, considerem um retângulo de perímetro 20 cm e tentem responder às questões a seguir.

- Todos os retângulos de mesmo perímetro têm a mesma área? Não.
- Caso não tenham a mesma área, existem algumas dimensões do retângulo que resultem em uma área máxima? Sim.

Fique atento!

Para chegar às suas conclusões, testem diversas dimensões possíveis para o retângulo considerado (por exemplo, ele pode ter 8 cm de comprimento e 2 cm de largura, ou 7 cm de comprimento e 3 cm de largura, etc.) e calculem o perímetro e a área.

Fonte: Dante (2016, p.102)

Dentre 27 situações-problema do LD6, duas delas foram identificadas, envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de um Retângulo, proposta à resolução dos alunos: uma dessas contextualizada no cotidiano e outra situação apenas no contexto matemático (na articulação dos campos algébrico, geométrico e das grandezas e medidas).

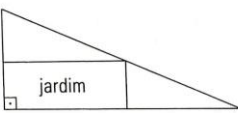
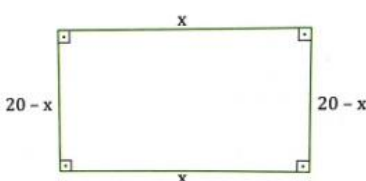
Quadro 10 - Exemplo de LD6

Contextualização no cotidiano	Contextualização matemática
8. Um arquiteto iniciou a planta de uma casa desenhando um retângulo que representa o terreno. O perímetro do retângulo é 100 cm. Como cada centímetro do desenho equivale a 1 metro, então a área máxima do terreno é: <i>alternativa a</i> a) 625 m² c) 50 m² b) 100 m² d) 25 m² Fonte: Leonardo (2016, p. 132)	11. Determine a área máxima que pode ter um retângulo de perímetro igual a 48 cm. <i>144 cm²</i> Fonte: Leonardo (2016, p. 132)

Fonte: Autores, 2019

No LD7, dentre 26 situações-problema, 1 dessas foi identificada, envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de um Retângulo, como atividade resolvida pelas autoras, apenas no contexto matemático (na articulação dos campos algébrico, geométrico e das grandezas e medidas). E duas situações-problema, proposta à resolução dos alunos: uma no contexto matemático e outra no contexto do cotidiano.

Quadro 11 - Exemplo de LD7

Contextualização no cotidiano	Contextualização matemática
30. (UEG-GO) Em um terreno, na forma de um triângulo retângulo, será construído um jardim retangular, conforme a figura ao lado.  Sabendo-se que os dois menores lados do terreno medem 9 m e 4 m, as dimensões do jardim para que ele tenha a maior área possível, serão, respectivamente: a) 2,0 m e 4,5 m; c) 3,5 m e 5,0 m; b) 3,0 m e 4,0 m; d) 2,5 m e 7,0 m. Fonte: Smole e Diniz (2016, p. 128)	R8. De todos os retângulos de perímetro igual a 40 cm, determine o de área máxima. Resolução Indicando a medida, em cm, de um lado de um retângulo por x ($x > 0$), o outro lado, paralelo a esse, também terá medida x. Logo, cada um dos outros dois lados medirá: $\frac{40 - 2x}{2} = 20 - x, \text{ com } x < 20.$  Assim sendo, a área $A(x)$ desse retângulo é expressa por: $A(x) = x(20 - x) \Rightarrow A(x) = -x^2 + 20x, \text{ com } 0 < x < 20.$ Como $a = -1$, existe valor máximo de $A(x)$, que ocorre para: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{2(-1)} = 10$ Então, uma dimensão do retângulo é $x = 10$ e a outra é $20 - x = 20 - 10 = 10$. Portanto, o retângulo procurado é um quadrado cujo lado mede 10 cm. Fonte: Smole e Diniz (2016, p. 126)
31. Dispomos de uma tela de arame com 28 metros de comprimento para cercar uma área retangular. Quais devem ser as medidas dos lados do retângulo para que a área cercada seja máxima? Fonte: Smole e Diniz (2016, p. 128)	

Fonte: Autores, 2019

Dentre 19 situações-problema do LD8, 4 delas foram identificadas, envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de um Retângulo, proposta à resolução dos alunos: 2 dessas contextualizada no cotidiano e 1 (uma) situação-problema apenas no contexto matemático (na articulação dos campos algébrico, geométrico e das grandezas e medidas).

Quadro 12 - Exemplo de LD8

Contextualização no cotidiano	Contextualização matemática
11 Em uma ocorrência policial, foi isolada uma região retangular com três lados formados por uma corda de 20 m de comprimento e o quarto lado contido em um muro, onde foram fixadas as extremidades da corda, como mostra a figura a seguir. Determine a maior área possível da região isolada, sabendo que o muro tem extensão suficiente para conter um lado de qualquer retângulo nas condições enunciadas. 50 m^2  Fonte: Paiva (2015, p. 188)	10 Considere todos os retângulos com 20 cm de perímetro. a) Entre eles, qual é a área do retângulo com 8 cm de base? 16 cm^2 b) Entre eles, indicando por x a medida da base de um retângulo genérico, construa o gráfico da função $A(x)$ que expressa a área do retângulo, em centímetro quadrado, em função da medida x, em centímetro. c) Qual é a área máxima que pode ter um desses retângulos? 25 cm^2 <i>Ver Suplemento com orientações para o professor.</i> Fonte: Paiva (2015, p. 188)

Fonte: Autores, 2019

A título de síntese, apresentamos no quadro 13 um panorama do que identificamos em termos de situações-problemas propostas nos LD, envolvendo Função Quadrática e Área Máxima de Retângulo:

Quadro 13: Função Quadrática e Área Máxima nos LD

	Introdução	Resolvidas	Propostas à resolução dos alunos	Total
LD1	0	0	4	4
LD2	1	0	3	4
LD3	0	1	3	4
LD4	1	0	0	1
LD6	0	0	2	2
LD7	0	1	2	3
LD8	0	0	2	2
Total	2	2	16	20

Fonte: Autores, 2019

A partir do Quadro 13, os LD que se destacaram nos tipos de situações problemas, envolvendo Função Quadrática e Área máxima de Retângulo, são LD1, LD2 e LD3. Das 20 situações-problema identificadas sobre o tema (Quadro 13), 13 delas foram contextualizadas no cotidiano e sete delas no contexto matemático.

A partir desse levantamento empreendemos a análise dessas 20 situações-problema quanto ao tipo de tarefa "T" e de técnica "t".

4.2 Resultados da segunda etapa: praxeologia matemática

4.2.1 Panorama dos tipos de tarefas e de técnicas

Os tipos de tarefas identificadas nos LD do EM, podem ser visualizadas no quadro a seguir:

Quadro 14 - Tipos de tarefas em LD do Ensino Médio

T1. Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima
T1.1. Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do seu perímetro.
T1.2. Calcular as medidas dos lados de um retângulo, subdividido em duas partes (dois retângulos), para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do seu perímetro.
T1.3. Calcular as medidas dos lados de um retângulo, subdividido em duas partes (dois retângulos), para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do contorno de apenas três dos seus lados.
T1.4. Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do contorno de apenas três dos seus lados, com mais de uma volta.
T1.5. Calcular as medidas dos lados de um retângulo, inscrito em um triângulo isósceles, para que sua área seja máxima.
T1.6. Calcular as medidas dos lados de um retângulo, inscrito em um triângulo retângulo, para que sua área seja máxima.
T2. Calcular a medida da área máxima de um retângulo
T2.1. Calcular a área máxima de um retângulo, sendo dada a medida do seu perímetro.
T2.2. Calcular a área máxima de um retângulo, sendo dada a medida do contorno de apenas três dos seus lados.
T3. Comparar a área máxima de dois retângulos
T3.1. Comparar a área máxima de um retângulo, subdividido em duas partes (dois retângulos), quando é dada a medida do seu perímetro com quando é dada apenas a medida do contorno de três dos seus lados.

Fonte: os autores (2019).

No Quadro 15, temos a descrição das técnicas relacionadas aos tipos de tarefas (Quadro 14), identificadas nos LD do EM:

Quadro 15 - Tipos de técnicas em LD do Ensino Médio

t1 - Utilizar o cálculo do vértice da parábola da Função Quadrática para determinar as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima
t1.1. Desenhar um retângulo e atribuir medidas (x e z) aos seus lados. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e z ($2x+2z=P$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida z em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e z. Substituir o valor da medida z (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular as raízes da função. Construir o gráfico da parábola. Observar no gráfico que a área máxima do retângulo corresponde ao valor máximo da função $A(x)$; ou seja, o vértice da parábola. Calcular a abscissa do vértice da parábola (X_v) pela média aritmética das abscissas de dois pontos simétricos em relação ao eixo de simetria da parábola. Calcular o valor da medida do lado z, sabendo o valor da medida do lado x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o perímetro. Indicar os valores das medidas x e z.
t1.2. Desenhar um retângulo e atribuir medidas (x e y) aos seus lados. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y ($2x+2y=P$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Determinar o valor da medida de x (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o perímetro do retângulo. Indicar o valor de x e y.
t1.3. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo subdividido em duas partes (dois retângulos) em função de x e y ($3x+3y+3y=P$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área dos dois retângulos em função

de x e y ($A = 3 \cdot x \cdot y$). Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Determinar o valor da medida de x (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o perímetro. Indicar os valores das medidas x e y.
t.1.4. Escrever a expressão algébrica em função de x e y, representando a medida dada em metros em relação ao contorno de três lados do retângulo (subdividido em duas partes) ($3x+3y=C$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área dos dois retângulos em função de x e y ($A = x \cdot y + x \cdot 2y$). Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Determinar o valor da medida de x (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o contorno dos três lados do retângulo. Indicar os valores das medidas x e y.
t.1.5. Desenhar um retângulo e atribuir medidas (x e y) aos seus lados. Dividir a medida dada em metros pelo número de voltas para obtenção do valor da soma da medida de três lados do retângulo. Escrever a expressão algébrica que representa a medida dada em metros em relação ao contorno de três lados do retângulo (C) em função de x e y ($2x+y=C$). Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Determinar o valor da medida de x (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o contorno dos três lados do retângulo. Indicar o valor de x e y.
t.1.6. Escrever a expressão algébrica em função de l e c, que representa a medida dada em metros pelo número de voltas, em relação ao contorno, de três lados do retângulo ($8l+2c= C$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida c em função de l. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de l e c. Substituir o valor da medida c (em função de l) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(l) = al^2 + bl$. Determinar o valor da medida de l (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida c, sabendo o valor da medida l (para área máxima) na expressão algébrica que representa o contorno de três lados do retângulo. Indicar os valores das medidas c e l.
t.1.7. Calcular a medida da altura do triângulo isósceles maior. Relacionar as medidas do triângulo isósceles menor ao maior pela propriedade de semelhança de triângulos. Determinar a expressão que representa a medida de y (base do triângulo menor) em função de x (lado do retângulo) através da relação de semelhança encontrada. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor do x do vértice da parábola (X_v), usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida X_v , na expressão algébrica gerada pela relação de semelhança dos triângulos. Indicar os valores das medidas x e y.
t.1.8. Não identificada sua descrição (não houve acesso ao livro do professor).
t2. Utilizar o cálculo do vértice da parábola da Função Quadrática para determinar a área máxima de um retângulo
t2.1. Aplicar t1.2. Depois substituir o valor de x_v na expressão que representa a área do retângulo para obter a área máxima.
t2.2. Aplicar t1.1. Depois substituir o valor de x na expressão que representa o cálculo da área máxima do retângulo.
t2.3. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y. Escrever uma expressão do tipo $2x+2y=P$. Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor máximo da função $A(x)$, ou seja, a ordenada do vértice da parábola, usando $-\frac{\Delta}{4a}$. Indicar o resultado da área máxima.

t2.4. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y. Escrever uma expressão do tipo $2x+2y=P$. Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $S(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor do x do vértice da parábola (X_v), usando $-\frac{b}{2a}$. Em seguida substituir o valor de X_v na expressão $Y_v = S(X_v)$, este que representa a área máxima do retângulo.
t2.5. Desenhar um retângulo e atribuir a medida x a um lado e ao outro paralelo a esse. Calcular as outras medidas do lado do retângulo, levando-se em conta a medida do Perímetro (P) e a medida x, pela expressão $(\frac{P-2x}{2})$. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor do x do vértice da parábola (X_v), usando $-\frac{b}{2a}$. Substituir o valor de X_v na expressão que representa o cálculo das outras medidas do lado do retângulo $(\frac{P-2x}{2})$. Indicar o retângulo que possui a área máxima.
t2.6. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y. Escrever uma expressão do tipo $2x+2y=P$. Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular as raízes da função A (x). Calcular as coordenadas do vértice da parábola utilizando $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$. Construir o gráfico da função. Observar no gráfico da função a área máxima do retângulo relativa a posição do vértice da parábola.
t2.7. Desenhar um retângulo e atribuir as medidas ao contorno de três dos seus lados em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor máximo da função A (x), ou seja, a ordenada do vértice da parábola, usando $-\frac{\Delta}{4a}$. Indicar o resultado da área máxima.
T3. Utilizar o cálculo do vértice da parábola da Função Quadrática para comparar a área máxima de dois retângulos
t.3.1. Aplicar $t_{1.3}$ e $t_{1.4}$. Comparar os resultados obtidos em $t_{1.3}$ e $t_{1.4}$. Determinar o percentual de redução da área máxima de uma situação para outra.

Fonte: os autores (2019).

A seguir apresentamos a relação entre os tipos de tarefas (Quadro 14) e de técnicas (Quadro 15) com os exemplos de situações-problema segundo o tipo de contextualização de cada uma.

4.2.2 Características dos tipos de tarefas e de técnicas

T1. Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que a sua área seja máxima

A **T1.1** - "Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do seu perímetro" - foi identificada em três LD: o LD2 - Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016); o LD3 - #Contato Matemática (SOUZA; GARCIA, 2016) e o LD7 Matemática Ensino Médio (SMOLE; DINIZ, 2016).

No LD2, a **T1.1** é apresentada na introdução do tópico "Valor Mínimo ou Valor Máximo de uma Função Quadrática" (Quadro 16) - na forma de uma situação-problema

contextualizada no cotidiano. No LD2, para resolução de T_{1.1} foi proposta a técnica t_{1.1}. (Quadro 16).

Quadro 16 - Exemplo de T_{1.1} e t_{1.1} no LD2

► VALOR MÍNIMO OU VALOR MÁXIMO DE UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Marcela pretende construir um cercado para o seu cachorro e tem à disposição 14 m de **alambrado**. Sabendo que esse cercado será retangular, quais devem ser suas dimensões para que sua área seja máxima?

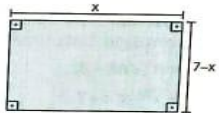
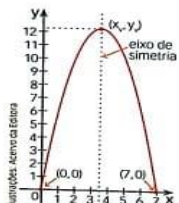
Para responder a essa pergunta, inicialmente vamos chamar de x e z as dimensões do retângulo correspondente ao cercado. Dessa forma, o perímetro de 14 m desse retângulo será dado por $2x + 2z$. Escrevendo z em função de x , temos:

$$2x + 2z = 14 \Rightarrow z = \frac{14 - 2x}{2} \Rightarrow z = 7 - x$$

A área y desse retângulo é $y = x \cdot z$, então:

$$y = x \cdot z \Rightarrow y = x \cdot (7 - x) \Rightarrow y = -x^2 + 7x$$

Assim, a área do cercado é dada pela função $y(x) = -x^2 + 7x$, cujos zeros são $x_1 = 0$ e $x_2 = 7$. Observando o gráfico dessa função, note que a área máxima do cercado corresponde ao valor máximo de y , isto é, à ordenada do vértice da parábola (y_v). Além disso, os pontos de coordenadas $(0, 0)$ e $(7, 0)$ possuem mesma ordenada, logo são simétricos em relação ao eixo de simetria da parábola.

Lembre-se de que o eixo de simetria de uma parábola passa por seu vértice.

Obtemos a abscissa do vértice da parábola (x_v) calculando a média aritmética das abscissas de dois pontos simétricos entre si. Nesse caso, temos:

$$x_v = \frac{\text{Abscissa do ponto de coordenadas } (0, 0) + \text{Abscissa do ponto de coordenadas } (7, 0)}{2} = \frac{0 + 7}{2} = 3,5$$

Substituindo $x_v = 3,5$ em $z = 7 - x$, temos $z = 7 - 3,5 = 3,5$. Logo, as dimensões do cercado serão 3,5 m por 3,5 m.

Calculando y para $x = 3,5$, obtemos a área máxima do cercado.

$$y(3,5) = -(3,5)^2 + 7 \cdot 3,5 = -12,25 + 24,5 = 12,25$$

Portanto, a área máxima do cercado será 12,25 m², e suas dimensões serão 3,5 m de largura por 3,5 m de comprimento.

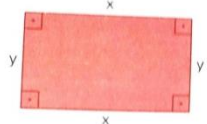
(BALESTRI, 2016, p.102)

t_{1.1}. Desenhar um retângulo e atribuir medidas (x e z) aos seus lados. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e z ($2x + 2z = P$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida z em função de x . Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e z . Substituir o valor da medida z (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular as raízes da função. Construir o gráfico da parábola. Observar no gráfico que a área máxima do retângulo corresponde ao valor máximo da função $A(x)$; ou seja o vértice da parábola. Calcular a abscissa do vértice da parábola (x_v) pela média aritmética das abscissas de dois pontos simétricos em relação ao eixo de simetria da parábola. Calcular o valor da medida do lado z , sabendo o valor da medida do lado x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o perímetro. Indicar os valores das medidas x e z .

Fonte: os autores (2019).

No LD3, a $T_{1.1}$ aparece uma vez (Quadro 17), como atividade proposta à resolução dos alunos - na forma de uma situação-problema contextualizada no cotidiano. No LD3, para resolução de $T_{1.1}$ foi proposta a técnica $t_{1.2}$. (Quadro 17).

Quadro 17 - Exemplo de $T_{1.1}$ e $t_{1.2}$ no LD3

$T_{1.1}$	Técnica esperada - $t_{1.2}$
45. Pedro pretende cercar uma região retangular em sua chácara para criar galinhas. Para isso, ele comprou 80 m de tela e pretende usá-la de modo a obter a maior área possível para o galinheiro. Quais devem ser as medidas dos lados desse galinheiro? Qual será a área máxima desse galinheiro? Os lados devem ter 20 m; 400 m² Fonte: Souza e Garcia (2016, p.126)	45.  $2x + 2y = 80 \Rightarrow y = 40 - x$ A área do galinheiro é dada por: $A = xy$. Assim: $A = x(40 - x) = -x^2 + 40x$ A área será máxima em: $x_v = -\frac{40}{2(-1)} = 20$ Logo: $y = 40 - 20 = 20$ Portanto, os lados do galinheiro devem ter 20 m e a área máxima é 400 m². Fonte: Souza e Garcia (2016, p.358)
$t_{1.2}$. Desenhar um retângulo e atribuir medidas (x e y) aos seus lados. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y ($2x + 2y = P$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Determinar o valor da medida de x (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o perímetro do retângulo. Indicar o valor de x e y.	

Fonte os autores (2019).

No LD7, a $T_{1.1}$ apareceu somente uma vez, também como atividade proposta à resolução dos alunos - na forma de uma situação-problema contextualizada no cotidiano. No LD7, para resolução de $T_{1.1}$ foi proposta também a técnica $t_{1.2}$. (Quadro 18), como ocorreu no LD3.

Quadro 18 - Exemplo de $T_{1.1}$ e $t_{1.2}$ no LD7

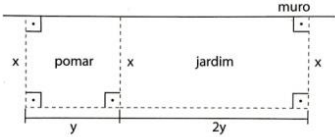
$T_{1.1}$	Técnica esperada - $t_{1.2}$
31. Dispomos de uma tela de arame com 28 metros de comprimento para cercar uma área retangular. Quais devem ser as medidas dos lados do retângulo para que a área cercada seja máxima? Fonte: Smole e Diniz (2016, p. 128)	31.  $2x + 2y = 28 \rightarrow x + y = 14 \rightarrow y = 14 - x.$ $\text{Área} = x \cdot y = x(14 - x) = 14x - x^2$ $A(x) = -x^2 + 14x$ ($a = -1$; $b = 14$; $c = 0$) $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{14}{2 \cdot (-1)} = \frac{-14}{-2} = 7 \rightarrow$ $\rightarrow y = 14 - 7 = 7$ O retângulo deve ser um quadrado de lado 7. Fonte: Smole e Diniz (2014, p. 80)¹
t_{1.2}. Desenhar um retângulo e atribuir medidas (x e y) aos seus lados. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y ($2x+2y=P$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Determinar o valor da medida de x (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o perímetro do retângulo. Indicar o valor de x e y.	

Fonte: os autores (2019).

A $T_{1.2}$ - "Calcular as medidas dos lados de um retângulo, subdividido em duas partes (dois retângulos), para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do seu perímetro" - foi identificada apenas no LD1 - Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017), como atividade proposta à resolução dos alunos, sendo configurada em uma situação-problema contextualizada no cotidiano. No que se refere a primeira pergunta do item "B". No LD1, para resolução de $T_{1.2}$ foi proposta a técnica $t_{1.3}$. (Quadro 19).

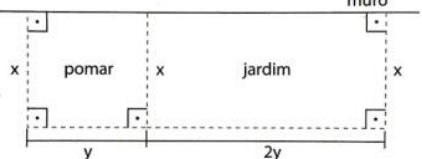
¹Presente no manual do Professor em Smole e Diniz (2014).

Quadro 19 - Exemplo de T_{1.2} e t_{1.3} no LD1

T _{1.2}	Técnica esperada - t _{1.3}
32 Um fazendeiro possui 150 metros de um rolo de tela para cercar um jardim retangular e um pomar, aproveitando, como um dos lados, parte de um muro, conforme indica a figura seguinte:  a) Para cercar com a tela a maior área possível, quais devem ser os valores de x e y? b) Qual seria a resposta, caso não fosse possível aproveitar a parte do muro indicada, sendo necessário cercá-la com a tela? Nesse caso, em que percentual ficaria reduzida a área máxima da superfície limitada pelo jardim e pelo pomar reunidos? Fonte: Iezzi <i>et al.</i> (2017, p.105)	b) • $3x + 3y + \underbrace{3y}_{\text{muro}} = 150 \Rightarrow 3x + 6y = 150 \Rightarrow$ $\Rightarrow x + 2y = 50$ ** • $A = 3xy \Rightarrow A = 3 \cdot x \cdot \left(\frac{50 - x}{2}\right) \Rightarrow A = -\frac{3x^2}{2} + 75x$ A é máxima para $x = x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-75}{2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)} = 25$; por ** obtemos $y = \frac{50 - 25}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$ • Nesse caso, a área seria dada por $3 \cdot 25 \cdot \frac{25}{2} = 937,5$ (937,5 m²) No caso do item a, a área seria $3 \cdot 25 \cdot 25 = 1875$ (1875 m²) Como $937,5 = \frac{1875}{2}$, a redução da área seria de 50%. Fonte: Iezzi <i>et al.</i> (2017, p.367)
t_{1.3}. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo subdividido em duas partes (dois retângulos) em função de x e y ($3x+3y+3y=P$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área dos dois retângulos em função de x e y ($A= 3 \cdot x \cdot y$). Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Determinar o valor da medida de x (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o perímetro. Indicar os valores das medidas x e y. Fonte: os autores (2019).	

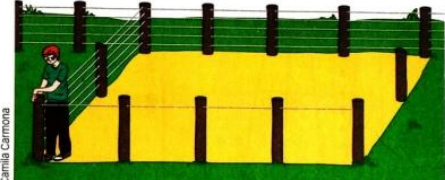
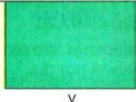
A T_{1.3}. "Calcular as medidas dos lados de um retângulo, subdividido em duas partes (dois retângulos), para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do contorno de apenas três dos seus lados" - foi identificada apenas no LD1 - Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017), no que se refere a pergunta do **item "A"** - como atividade proposta à resolução dos alunos, contextualizada no cotidiano. Para a resolução de T_{1.3}, indica-se o uso da técnica t_{1.4}. (Quadro 20).

Quadro 20 - Exemplo de T_{1.3} e t_{1.4} no LD1

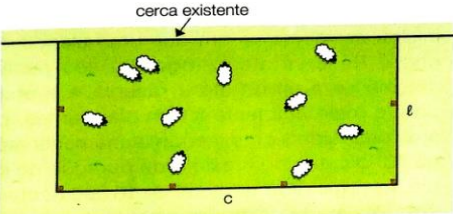
T _{1.3}	Técnica esperada - t _{1.4}
32 Um fazendeiro possui 150 metros de um rolo de tela para cercar um jardim retangular e um pomar, aproveitando, como um dos lados, parte de um muro, conforme indica a figura seguinte:  a) Para cercar com a tela a maior área possível, quais devem ser os valores de x e y? b) Qual seria a resposta, caso não fosse possível aproveitar a parte do muro indicada, sendo necessário cercá-la com a tela? Nesse caso, em que percentual ficaria reduzida a área máxima da superfície limitada pelo jardim e pelo pomar reunidos? Fonte: Iezzi <i>et al.</i> (2017, p.105)	32. a) • $3x + 3y = 150 \Rightarrow x + y = 50 \Rightarrow y = 50 - x$ * • Área (A) a ser cercada: $x \cdot y + x \cdot 2y = x \cdot 3y = 3xy$; por * temos: $A = 3 \cdot x \cdot (50 - x) = 150x - 3x^2$ • A é máxima para $x = x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-150}{2 \cdot (-3)} = 25$ (25 m) • Se $x = 25$, em *, obtemos $y = 50 - 25 = 25$ (25 m) b) • $3x + 3y + \underbrace{3y}_{\text{muro}} = 150 \Rightarrow 3x + 6y = 150 \Rightarrow x + 2y = 50$ ** • $A = 3xy \Rightarrow A = 3 \cdot x \cdot \left(\frac{50 - x}{2}\right) \Rightarrow A = -\frac{3x^2}{2} + 75x$ • A é máxima para $x = x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-75}{2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)} = 25$; por ** obtemos $y = \frac{50 - 25}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$ • Nesse caso, a área seria dada por $3 \cdot 25 \cdot \frac{25}{2} = 937,5$ (937,5 m²) • No caso do item a, a área seria $3 \cdot 25 \cdot 25 = 1875$ (1875 m²) • Como $937,5 = \frac{1875}{2}$, a redução da área seria de 50%. Fonte: Iezzi <i>et al.</i> (2017, p.367)
t_{1.4}. Escrever a expressão algébrica em função de x e y, representando a medida dada em metros em relação ao contorno de três lados do retângulo (subdividido em duas partes) ($3x+3y=C$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área dos dois retângulos em função de x e y ($A = x \cdot y + x \cdot 2y$). Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Determinar o valor da medida de x (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o contorno dos três lados do retângulo. Indicar os valores das medidas x e y. Fonte: os autores (2019).	

A T_{1.4}. "Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do contorno de apenas três dos seus lados, com mais de uma volta" - foi identificada no LD2 - Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016) e no LD3 - #Contato Matemática (SOUZA; GARCIA, 2016). Em ambos os casos, relacionada à contextualização no cotidiano, em atividades propostas à resolução dos alunos. Contudo, no LD2, a técnica indicada pelo autor foi a t_{1.5}. E, no LD3, a técnica t_{1.6}.

Quadro 21 - Exemplo de $T_{1.4}$ e $t_{1.5}$ no LD2

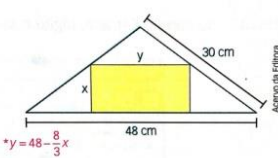
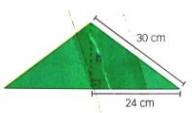
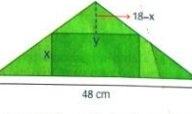
$T_{1.4}$	Técnica esperada - $t_{1.5}$
33. Bruno dispõe de 950 metros de arame para cercar uma superfície retangular a fim de prender algumas ovelhas. A cerca deverá ser composta de cinco fios de arame igualmente espaçados. Para economizar arame, ele utilizará uma das cercas já existentes na propriedade, tendo assim que cercar apenas três lados. Quais deverão ser as medidas da superfície cercada por Bruno de maneira que sua área seja máxima? 47,5 m e 95 m  Fonte: Balestri (2016, p. 107)	33. Suponha que a área cercada tenha medidas x e y.  A soma das medidas dos três lados que faltam deve ser de $\frac{950}{5} = 190$ metros, ou seja: $2x + y = 190 \Rightarrow y = 190 - 2x$ Logo, a área é dada por: $A = x \cdot y = x \cdot (190 - 2x) = 190x - 2x^2$ Portanto, os valores de x e y para que a área seja máxima são: $x_v = -\frac{190}{2 \cdot (-2)} = 47,5 \rightarrow 47,5 \text{ m}$ $y = 190 - 2 \cdot 47,5 = 95 \rightarrow 95 \text{ m}$ Fonte: Balestri (2016, p. 372)
t.1.5. Desenhar um retângulo e atribuir medidas (x e y) aos seus lados. Dividir a medida dada em metros pelo número de voltas para obtenção do valor da soma da medida de três lados do retângulo. Escrever a expressão algébrica que representa a medida dada em metros em relação ao contorno de três lados do retângulo (C) em função de x e y ($2x+y=C$). Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Determinar o valor da medida de x (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o contorno dos três lados do retângulo. Indicar o valor de x e y. Fonte: os autores (2019).	

Quadro 22 - Exemplo de $T_{1.4}$ e $t_{1.6}$ no LD3

$T_{1.4}$	Técnica esperada - $t_{1.6}$
48. José irá cercar uma área retangular de seu sítio para criar carneiros. Ele tem um rolo de arame com 240 m e deseja construir a cerca com quatro fios. Sabendo que ele irá aproveitar uma cerca já existente na propriedade, qual deve ser a medida da largura ℓ e do comprimento c para que ele consiga uma área máxima de pastagem para sua criação? $\ell=15 \text{ m}$ e $c=30 \text{ m}$  Fonte: Souza e Garcia (2016, p.127)	48. $8\ell + 4c = 240 \Rightarrow c = 60 - 2\ell$ A área do cercado é dada por: $A = \ell c = \ell(60 - 2\ell) = -2\ell^2 + 60\ell$ A área será máxima em: $\ell_v = -\frac{60}{2 \cdot (-2)} = 15$ Logo: $c = 60 - 2 \cdot 15 = 30$ Portanto, $\ell = 15 \text{ m}$ e $c = 30 \text{ m}$. Fonte: Souza e Garcia (2016, p.358)
t.1.6. Escrever a expressão algébrica em função de ℓ e c, que representa a medida dada em metros pelo número de voltas, em relação ao contorno, de três lados do retângulo ($8\ell + 2c = C$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida c em função de ℓ. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de ℓ e c. Substituir o valor da medida c (em função de ℓ) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(\ell) = a\ell^2 + b\ell$. Determinar o valor da medida de ℓ (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida c, sabendo o valor da medida ℓ (para área máxima) na expressão algébrica que representa o contorno de três lados do retângulo. Indicar os valores das medidas c e ℓ. Fonte: os autores (2019).	

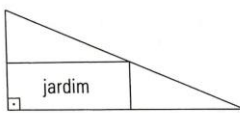
Quanto a **T_{1.5}**. "Calcular as medidas dos lados de um retângulo, inscrito em um triângulo isósceles, para que sua área seja máxima"; essa foi identificada no LD2. Sendo uma situação-problema proposta à resolução dos alunos, contextualizada no cotidiano, com a técnica **t_{1.7}**.

Quadro 23 - Exemplo de **T_{1.5}** e **t_{1.7}** no LD2

T_{1.4}	Técnica esperada - t_{1.6}
36. Igor tem um pedaço de cartolina no formato de triângulo isósceles com lados que medem 30 cm, 30 cm e 48 cm, e pretende recortar um pedaço retangular com medidas x e y conforme indicado na imagem.  a) Qual a área total do pedaço de cartolina? 432 cm² b) Escreva a lei de formação de uma função que expresse a medida y em função da medida x. c) Quais as medidas do retângulo para que sua área seja máxima? Qual é essa área? 9 cm e 24 cm; 216 cm² Fonte: Balestri (2016, p.107)	36. a)  A medida h da altura do triângulo, relativa ao lado de medida 48 cm, é dada por: $h^2 + 24^2 = 30^2 \Rightarrow h^2 = 324 \Rightarrow h = 18$ Logo, a área do triângulo é: $\frac{48 \cdot 18}{2} = 432 \rightarrow 432 \text{ cm}^2$ b)  Observe que o triângulo isósceles com base de medida y é semelhante ao triângulo maior, correspondente a todo o pedaço de cartolina. Logo: $\frac{y}{18-x} = \frac{48}{18} \Rightarrow \frac{y}{18-x} = \frac{8}{3} \Rightarrow y = 48 - \frac{8}{3}x$ c) A área do retângulo é dada por: $A = x \cdot y = x \cdot \left(48 - \frac{8}{3}x\right) = 48x - \frac{8}{3}x^2$ Logo, as medidas x e y para que a área seja máxima são: $x_v = -\frac{48}{2 \cdot \left(-\frac{8}{3}\right)} = 9 \rightarrow 9 \text{ cm}$ $y = 48 - \frac{8}{3} \cdot 9 = 24 \rightarrow 24 \text{ cm}$ E a área máxima é: $9 \cdot 24 = 216 \rightarrow 216 \text{ cm}^2$ Fonte: Balestri (2016, p.372 -373)
t_{1.7}. Calcular a medida da altura do triângulo isósceles maior. Relacionar as medidas do triângulo isósceles menor ao maior pela propriedade de semelhança de triângulos. Determinar a expressão que representa a medida de y (base do triângulo menor) em função de x (lado do retângulo) através da relação de semelhança encontrada. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor do x do vértice da parábola (X_v), usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida X_v, na expressão algébrica gerada pela relação de semelhança dos triângulos. Indicar os valores das medidas x e y. Fonte: os autores (2019).	

A **T_{1.6}**. "Calcular as medidas dos lados de um retângulo, inscrito em um triângulo retângulo, para que sua área seja máxima"; essa foi identificada no LD7. Sendo uma situação -problema proposta à resolução dos alunos, contextualizada no cotidiano, com a técnica **t_{1.8}**. Como não tivemos acesso ao manual do professor desse LD, indicamos como técnica esperada a **t_{1.8}**. No entanto sem ser possível descrevê-la conforme as autoras.

Figura 11 - Exemplo de $T_{1.6}$ e $t_{1.8}$ no LD7

- 30.** (UEG-GO) Em um terreno, na forma de um triângulo retângulo, será construído um jardim retangular, conforme a figura ao lado.
- 
- Sabendo-se que os dois menores lados do terreno medem 9 m e 4 m, as dimensões do jardim para que ele tenha a maior área possível, serão, respectivamente:
- a) 2,0 m e 4,5 m; c) 3,5 m e 5,0 m;
 b) 3,0 m e 4,0 m; d) 2,5 m e 7,0 m.

Fonte: Smole e Diniz (2016, p. 128).

Em síntese a Tarefa T1 e seu subtipos, bem como as técnicas apresentadas pelos autores para sua resolução, apresentaram-se nos LD do EM da seguinte forma:

Quadro 24 - A T1 e suas técnicas relacionadas nos LD do EM

LD	Coleções	Subtipos de tarefas		Tipos de técnicas	
LD1	Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI <i>et al.</i> , 2017)	$T_{1.2}$	1	$t_{1.3}$	1
		$T_{1.3}$	1	$t_{1.4}$	1
LD2	Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016)	$T_{1.1}$	1	$t_{1.1}$	1
		$T_{1.4}$	1	$t_{1.5}$	1
		$T_{1.5}$	1	$t_{1.7}$	1
LD3	#Contato Matemática (SOUZA; GARCIA, 2016)	$T_{1.1}$	1	$t_{1.2}$	1
		$T_{1.4}$	1	$t_{1.6}$	1
LD7	Matemática Ensino Médio (SMOLE; DINIZ, 2014)	$T_{1.1}$	1	$t_{1.2}$	1
		$T_{1.6}$	1	$t_{1.8}$	1
		Total T	9	Total t	9

Fonte: Autores (2019).

Percebe-se no Quadro-24 que de oito LD analisados apenas quatro deles abordaram o tipo de tarefa T1. O LD2 foi aquele que mais abordou a exploração desse tipo de tarefa (com três situações-problema). Apenas para os subtipos $T_{1.1}$ e $T_{1.4}$, percebemos dois tipos de técnicas diferentes. Ou seja, para $T_{1.1}$ - $t_{1.1}$ e $t_{1.2}$ (LD2 e LD7) e para $T_{1.4}$ - $t_{1.5}$ e $t_{1.6}$ (LD2 e LD3). Nos demais subtipos de tarefas, cada uma delas teve uma única técnica.

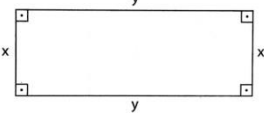
T2 - Calcular a medida da área máxima de um retângulo

A $T_{2.1}$. "Calcular a área máxima de um retângulo, sendo dada a medida do seu perímetro" foi identificada no LD1 - Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI *et al.*, 2017), no LD2- Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016), no LD3 - #Contato Matemática (SOUZA; GARCIA, 2016), no LD4 - Quadrante Matemática

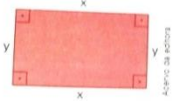
(CHAVANTE; PRESTES, 2016), no LD6 - Coleção Conexões com a Matemática (LEONARDO, 2016) e no LD8 - Matemática Paiva (PAIVA, 2015).

A $T_{2.1}$ no LD1 foi apresentada na forma de uma situação-problema proposta à resolução do aluno, no contexto matemático, utilizando a $t_{2.1}$. Enquanto no LD3, essa foi apresentada contextualizada no cotidiano, utilizando o mesmo tipo de técnica ($t_{2.1}$).

Quadro 25 - Exemplo de $T_{2.1}$ e $t_{2.1}$ no LD1

$T_{2.1}$	Técnica esperada - $t_{2.1}$
33 Entre todos os retângulos de perímetro 20 cm, determine aquele cuja área é máxima. Qual é essa área? Fonte: Iezzi <i>et al.</i> (2017, p.105)	33.  $2y + 2x = 20 \Leftrightarrow x + y = 10$ $A = x \cdot y$ $A = x \cdot (10 - x)$ $A(x) = 10x - x^2$; a área é máxima se $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{-2} = 5$. Se $x = 5$, $y = 5$ e o retângulo de maior área é um quadrado de lado 5 cm e área igual a 25 cm². Fonte: Iezzi <i>et al.</i> (2017, p.368)
$t_{2.1}$. Aplicar $t_{1.2}$. Depois substituir o valor de x_v na expressão que representa a área do retângulo para obter a área máxima. Fonte: os autores (2019).	

Quadro 26 - Exemplo de $T_{2.1}$ e $t_{2.1}$ no LD3

$T_{2.1}$	Técnica esperada - $t_{2.1}$
45. Pedro pretende cercar uma região retangular em sua chácara para criar galinhas. Para isso, ele comprou 80 m de tela e pretende usá-la de modo a obter a maior área possível para o galinheiro. Quais devem ser as medidas dos lados desse galinheiro? Qual será a área máxima desse galinheiro? Os lados devem ter 20 m; 400 m² Fonte: Souza e Garcia (2016, p.126)	45.  $2x + 2y = 80 \Rightarrow y = 40 - x$ A área do galinheiro é dada por: $A = xy$. Assim: $A = x(40 - x) = -x^2 + 40x$ A área será máxima em: $x_v = -\frac{40}{2 \cdot (-1)} = 20$ Logo: $y = 40 - 20 = 20$ Portanto, os lados do galinheiro devem ter 20 m e a área máxima é 400 m². Fonte: Souza e Garcia (2016, p.358)
$t_{2.1}$. Aplicar $t_{1.2}$. Depois substituir o valor de x_v na expressão que representa a área do retângulo para obter a área máxima. Fonte: os autores (2019).	

A $T_{2.1}$ no LD2 foi proposta na introdução do tópico "Valor Mínimo ou Valor Máximo de uma Função Quadrática" - na forma de uma situação-problema contextualizada no cotidiano, utilizando para sua resolução a $t_{2.2}$. Enquanto no LD4 (Quadro 27), esse tipo de tarefa e de técnica foi apresentada na forma de uma situação no contexto matemático também no tópico de introdução do conteúdo "Valor Máximo e Valor Mínimo de uma Função Quadrática".

Quadro 27 - Exemplo de T_{2.1} e t_{2.2} no LD2

► VALOR MÍNIMO OU VALOR MÁXIMO DE UMA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Marcela pretende construir um cercado para o seu cachorro e tem à disposição 14 m de **alambrado**. Sabendo que esse cercado será retangular, quais devem ser suas dimensões para que sua área seja máxima?

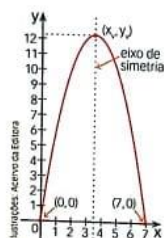
Para responder a essa pergunta, inicialmente vamos chamar de x e z as dimensões do retângulo correspondente ao cercado. Dessa forma, o perímetro de 14 m desse retângulo será dado por $2x + 2z$. Escrevendo z em função de x , temos:

$$2x + 2z = 14 \Rightarrow z = \frac{14 - 2x}{2} \Rightarrow z = 7 - x$$

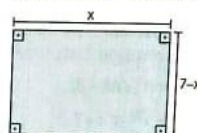
A área y desse retângulo é $y = x \cdot z$, então:

$$y = x \cdot z \Rightarrow y = x \cdot (7 - x) \Rightarrow y = -x^2 + 7x$$

Assim, a área do cercado é dada pela função $y(x) = -x^2 + 7x$, cujos zeros são $x_1 = 0$ e $x_2 = 7$. Observando o gráfico dessa função, note que a área máxima do cercado corresponde ao valor máximo de y , isto é, à ordenada do vértice da parábola (y_v). Além disso, os pontos de coordenadas $(0, 0)$ e $(7, 0)$ possuem mesma ordenada, logo são simétricos em relação ao eixo de simetria da parábola.



Nesta fotografia a curva formada pela corda guia do cachorro pode ser descrita aproximadamente por uma parábola.



Lembre-se de que o eixo de simetria de uma parábola passa por seu vértice.

Obtemos a abscissa do vértice da parábola (x_v) calculando a média aritmética das abscissas de dois pontos simétricos entre si. Nesse caso, temos:

$$x_v = \frac{\text{Abscissa do ponto de coordenadas } (0,0) + \text{Abscissa do ponto de coordenadas } (7,0)}{2} = \frac{0 + 7}{2} = 3,5$$

Abscissa do vértice da parábola

Substituindo $x_v = 3,5$ em $z = 7 - x$, temos $z = 7 - 3,5 = 3,5$. Logo, as dimensões do cercado serão 3,5 m por 3,5 m.

Calculando y para $x = 3,5$, obtemos a área máxima do cercado.

$$y(3,5) = -(3,5)^2 + 7 \cdot 3,5 = -12,25 + 24,5 = 12,25$$

Portanto, a área máxima do cercado será 12,25 m², e suas dimensões serão 3,5 m de largura por 3,5 m de comprimento.

(BALESTRI, 2016, p.102).

t_{2.2}. Aplicar t_{1.1}. Depois substituir o valor de x_v na expressão que representa o cálculo da área máxima do retângulo.

Fonte: os autores (2019).

Quadro 28 - Exemplo de T_{2.1} e t_{2.2} no LD4

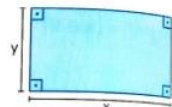
■ Valor máximo e valor mínimo de uma função quadrática

Em determinadas situações, surgem problemas em que a solução é obter o valor máximo ou o valor mínimo que uma função quadrática assume. Observe um problema desse tipo.

Saulo possui uma tela de comprimento p , que ele pretende utilizar para cercar uma região retangular. Qual é a maior área possível que a região cercada terá?

Se representarmos a região por meio de um retângulo cujos lados medem x e y , então o perímetro desse retângulo vai medir $2x + 2y$, que deverá coincidir com o comprimento p da tela. Assim:

$$2x + 2y = p \Rightarrow 2y = p - 2x \Rightarrow y = \frac{p}{2} - x$$



Então, a área do retângulo pode ser expressa por:

$$A(x) = x \cdot \left(\frac{p}{2} - x \right) \Rightarrow A(x) = -x^2 + \frac{p}{2}x$$

Assim, a área é expressa por uma função cujo gráfico é parte de uma parábola com a concavidade voltada para baixo. A ordenada y_v do vértice é o valor máximo que a função assume, e x_v é a abscissa para a qual esse valor máximo é atingido. Como os zeros dessa função são 0 e $\frac{p}{2}$, temos:

$$x_v = \frac{0 + \frac{p}{2}}{2} = \frac{p}{4} \quad y_v = A(x_v) = A\left(\frac{p}{4}\right) = \frac{p}{4} \cdot \left(\frac{p}{2} - \frac{p}{4}\right) = \frac{p}{4} \cdot \frac{p}{4} = \frac{p^2}{16}$$

Portanto, a área é máxima quando um dos lados mede $x_v = \frac{p}{4}$ e, nesse caso, o outro lado mede $y_v = \frac{p}{2} - x_v = \frac{p}{2} - \frac{p}{4} = \frac{p}{4}$, ou seja, o retângulo de perímetro p tem área máxima quando o retângulo é um quadrado de lado $\frac{p}{4}$, e a área máxima é igual a $\left(\frac{p}{4}\right)^2 = \frac{p^2}{16}$.

Fonte: Chavante e Prestes (2016, p. 116)

t_{2.2}. Aplicar t_{1.1}. Depois substituir o valor de x_v na expressão que representa o cálculo da área máxima do retângulo.

Fonte: os autores (2019).

A T_{2.1}, no LD3, foi sugerida no contexto matemático como atividade resolvida, utilizando a técnica t_{2.3}

Quadro 29 - Exemplo de T_{2.1} e t_{2.3} no LD3

> R12. Qual é a área máxima de um retângulo com 48 cm de perímetro?

Resolução

Sejam x e y as dimensões do retângulo. Se o perímetro é 48 cm, então:

$$2x + 2y = 48 \Rightarrow 2y = 48 - 2x \Rightarrow y = 24 - x$$

A função que determina a área do retângulo é dada por:

$$f(x) = x \cdot y = x \cdot (24 - x) = -x^2 + 24x$$

Segue que:

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{24^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0}{4 \cdot (-1)} = 144$$

Portanto, a área máxima do retângulo é 144 cm².

Quais as dimensões desse retângulo?
O retângulo é um quadrado de lado 12 cm.

Souza e Garcia (2016, p.120)

t_{2.3}. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y . Escrever uma expressão do tipo $2x+2y=P$. Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x . Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y . Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor máximo da função $A(x)$, ou seja, a ordenada do vértice da parábola, usando $-\frac{\Delta}{4a}$. Indicar o resultado da área máxima.

Fonte: os autores (2019).

A T_{2.1} no LD6 apresentou-se em duas situações-problema propostas à resolução do aluno: uma no contexto matemático e outra no contexto cotidiano.

Quadro 30 - Exemplo de T_{2.1} e t_{2.4} no LD6

T _{2.1}	Técnica esperada - t _{2.4}
8. Um arquiteto iniciou a planta de uma casa desenhando um retângulo que representa o terreno. O perímetro do retângulo é 100 cm. Como cada centímetro do desenho equivale a 1 metro, então a área máxima do terreno é: <i>alternativa a</i> a) 625 m² c) 50 m² b) 100 m² d) 25 m² Fonte: Leonardo (2016, p. 132)	8. Consideramos um retângulo de dimensões x e y. Então: $2x + 2y = 100 \Rightarrow x + y = 50 \Rightarrow y = 50 - x$ Cálculo da área: $S = x \cdot y = x(50 - x) = 50x - x^2$ Logo, $S(x) = 50x - x^2$. A área é máxima para x_v: $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{50}{2(-1)} = 25$ $y_v = S(x_v) = 50 \cdot 25 - 25^2 = 625$ alternativa a Fonte: Leonardo (2016, p. 368)
11. Determine a área máxima que pode ter um retângulo de perímetro igual a 48 cm. <i>144 cm²</i> Fonte: Leonardo (2016, p. 132)	11. Sejam x e y as medidas dos lados do retângulo. Sabemos que o perímetro é 48; logo: $2x + 2y = 48 \Rightarrow x + y = 24 \Rightarrow y = 24 - x$ Cálculo da área: $S = x \cdot y = x(24 - x) = -x^2 + 24x$ $S(x) = -x^2 + 24x$ é máxima em x_v. Assim: $x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{24}{-2} = 12$ $y_v = S(12) = -(12)^2 + 24 \cdot 12 = -144 + 288 = 144$ Logo, a área máxima é 144 cm². Fonte: Leonardo (2016, p. 365)
t_{2.4}. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y. Escrever uma expressão do tipo $2x+2y=P$. Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $S(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor do x do vértice da parábola (X_v), usando $-\frac{b}{2a}$. Em seguida substituir o valor de X_v na expressão $Y_v = S(X_v)$, este que representa a área máxima do retângulo.	

Fonte: os autores (2019).

A T_{2.1} no LD7 apresentou-se em uma situação-problema resolvida pelas autoras, no contexto matemático, utilizando a t_{2.5}.

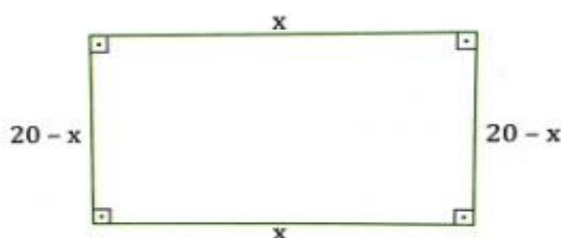
Quadro 31 - Exemplo de T_{2.1} e t_{2.5} no LD7

R8. De todos os retângulos de perímetro igual a 40 cm, determine o de área máxima.

Resolução

Indicando a medida, em cm, de um lado de um retângulo por x ($x > 0$), o outro lado, paralelo a esse, também terá medida x . Logo, cada um dos outros dois lados medirá:

$$\frac{40 - 2x}{2} = 20 - x, \text{ com } x < 20.$$



Assim sendo, a área $A(x)$ desse retângulo é expressa por:

$$A(x) = x(20 - x) \Rightarrow A(x) = -x^2 + 20x, \text{ com } 0 < x < 20.$$

Como $a = -1$, existe valor máximo de $A(x)$, que ocorre para:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{2(-1)} = 10$$

Então, uma dimensão do retângulo é $x = 10$ e a outra é $20 - x = 20 - 10 = 10$.

Portanto, o retângulo procurado é um quadrado cujo lado mede 10 cm.

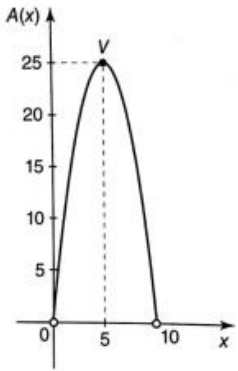
Fonte: Smole e Diniz (2016, p. 126)

t_{2.5}. Desenhar um retângulo e atribuir a medida x a um lado e ao outro paralelo a esse. Calcular as outras medidas do lado do retângulo, levando-se em conta a medida do Perímetro (P) e a medida x , pela expressão $(\frac{P-2x}{2})$. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x . Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor do x do vértice da parábola (X_v), usando $-\frac{b}{2a}$. Substituir o valor de X_v na expressão que representa o cálculo das outras medidas do lado do retângulo $(\frac{P-2x}{2})$. Indicar o retângulo que possui a área máxima.

Fonte: os autores (2019).

No LD8, a T_{2.1} foi apresentada na forma de uma situação-problema proposta à resolução do aluno, no contexto matemático, utilizando a t_{2.6}.

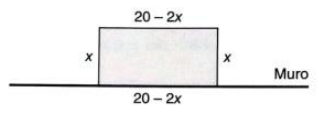
Quadro 32 - Exemplo de $T_{2.1}$ e $t_{2.6}$ no LD8

$T_{2.1}$	Técnica esperada - $t_{2.6}$
10 Considere todos os retângulos com 20 cm de perímetro. a) Entre eles, qual é a área do retângulo com 8 cm de base? 16 cm^2 b) Entre eles, indicando por x a medida da base de um retângulo genérico, construa o gráfico da função $A(x)$ que expressa a área do retângulo, em centímetro quadrado, em função da medida x, em centímetro. <i>Ver Suplemento com orientações para o professor.</i> c) Qual é a área máxima que pode ter um desses retângulos? 25 cm^2 Fonte: Paiva (2015, p. 188)	10 a) Sendo x e y as dimensões, em centímetro, de um desses retângulos, temos: $2x + 2y = 20$ Para $x = 8 \text{ cm}$, temos: $2 \cdot 8 + 2y = 20 \Rightarrow y = 2 \text{ cm}$ Sendo A a área do retângulo, concluímos que: $A = x \cdot y = 8 \cdot 2 \Rightarrow A = 16 \text{ cm}^2$ Logo, a área do retângulo com 8 cm de base é 16 cm^2. b) Utilizando a equação do item a deste exercício que representa todos os retângulos com 20 cm de perímetro, podemos concluir que, se x é a medida da base, a altura mede $10 - x$. Então: $A(x) = x(10 - x) = -x^2 + 10x$ Para construir o gráfico, vamos supor, momentaneamente, que x pudesse assumir todos os valores reais. Fazendo $A(x) = 0$, temos: $-x^2 + 10x = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 10$ Logo, a função $A(x)$ intercepta o eixo Ox nos pontos $(0, 0)$ e $(10, 0)$. Fazendo $x = 0$, temos: $y = 0$ Logo, a função $A(x)$ intercepta o eixo Oy no ponto $(0, 0)$. Calculando o vértice V, temos: $V\left(-\frac{10}{-2}, -\frac{100}{-4}\right) \Rightarrow V(5, 25)$ Construindo o gráfico para $0 < x < 10$, concluímos que:  c) Como podemos observar no gráfico do item b deste exercício, a área máxima que pode ter um desses retângulos é 25 cm^2. Fonte: Paiva (2015, p. 380-381)
t2.6. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y. Escrever uma expressão do tipo $2x+2y=P$. Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular as raízes da função $A(x)$. Calcular as coordenadas do vértice da parábola utilizando $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$. Construir o gráfico da função. Observar no gráfico da função a área máxima do retângulo relativa a posição do vértice da parábola. Fonte: os autores (2019).	

A $T_{2.2}$. "Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do contorno de apenas três dos seus lados" - foi identificada no LD8 - Matemática Paiva (PAIVA, 2015), como uma situação-problema

contextualizada no cotidiano proposta à resolução dos alunos. Para sua resolução, identificamos a técnica **t2.7**.

Quadro 33 - Exemplo de $T_{2.2}$ e $t_{2.7}$ no LD8

$T_{2.2}$	Técnica esperada - $t_{2.7}$
11 Em uma ocorrência policial, foi isolada uma região retangular com três lados formados por uma corda de 20 m de comprimento e o quarto lado contido em um muro, onde foram fixadas as extremidades da corda, como mostra a figura a seguir. Determine a maior área possível da região isolada, sabendo que o muro tem extensão suficiente para conter um lado de qualquer retângulo nas condições enunciadas. 50 m²  Fonte: Paiva (2015, p. 188)	11 Indicando por x a medida de um lado do retângulo, temos:  Logo, a área A isolada, em função de x, é dada por: $A(x) = x(20 - 2x) \Rightarrow A(x) = -2x^2 + 20x$ Calculando o valor máximo A_M da função A, temos: $A_M = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow A_M = -\frac{20^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 0}{4 \cdot (-2)}$ $\therefore A_M = 50$ Portanto, a maior área possível da região isolada é 50 m². Fonte: Paiva (2015, p. 381)
t_{2.7}. Desenhar um retângulo e atribuir as medidas ao contorno de três dos seus lados em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor máximo da função $A(x)$, ou seja, a ordenada do vértice da parábola, usando $-\frac{\Delta}{4a}$. Indicar o resultado da área máxima.	

Fonte: os autores (2019).

Em síntese a Tarefa T2 e seu subtipos, bem como as técnicas apresentadas pelos autores para sua resolução, apresentaram-se nos LD do EM da seguinte forma:

Quadro 34 - A T2 e suas técnicas relacionadas nos LD do EM

LD	Coleções	Subtipos de tarefas		Tipos de técnicas	
LD1	Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI <i>et al.</i> , 2017)	$T_{2.1}$	1	$t_{2.1}$	1
LD2	Matemática Interação e Tecnologia (BALESTRI, 2016)	$T_{2.1}$	1	$t_{2.2}$	1
LD3	#Contato Matemática (SOUZA; GARCIA, 2016)	$T_{2.1}$	2	$t_{2.1}$	1
				$t_{2.3}$	1
LD4	Quadrante Matemática (CHAVANTE; PRESTES, 2016)	$T_{2.1}$	1	$t_{2.2}$	1
LD6	Conexões com a Matemática (LEONARDO, 2016)	$T_{2.1}$	2	$t_{2.4}$	2
LD7	Matemática Ensino Médio (SMOLE; DINIZ, 2014)	$T_{2.1}$	1	$t_{2.5}$	1
LD8	Matemática Paiva (PAIVA, 2015)	$T_{2.1}$	1	$t_{2.6}$	1
		$T_{2.2}$	1	$t_{2.7}$	1
		Total T	10	Total t	10

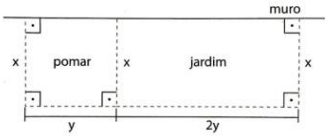
Fonte: Autores (2019).

Percebe-se no Quadro 34 que de oito LD analisados sete deles abordaram o tipo de tarefa T2. Destacam-se nesse tipo de tarefa o LD3 - que foi o único que abordou a $T_{2.1}$ com duas situações-problema, usando técnicas diferentes ($t_{2.1}$ e $t_{2.3}$). o LD8 abordou dois subtipos de tarefas ($T_{2.1}$ e $T_{2.2}$) com respectivas duas técnicas diferentes ($t_{2.6}$ e $t_{2.7}$).

T3. Comparar a área máxima de dois retângulos

Quanto a "T_{3.1}. Comparar a área máxima de um retângulo, subdividido em duas partes (dois retângulos), quando é dada a medida do seu perímetro com quando é dada apenas a medida do contorno de três dos seus lados", esse subtipo de tarefa foi identificada apenas no LD1 - Matemática Ciência e Aplicações (IEZZI et al., 2017), como atividade proposta à resolução dos alunos - em uma situação-problema contextualizada no cotidiano. No que se refere a segunda pergunta do item "B".

Quadro 35 - Exemplo de T_{3.1} e t_{3.1} no LD1

T _{3.1}	Técnica esperada - t _{3.1}
32 Um fazendeiro possui 150 metros de um rolo de tela para cercar um jardim retangular e um pomar, aproveitando, como um dos lados, parte de um muro, conforme indica a figura seguinte:  a) Para cercar com a tela a maior área possível, quais devem ser os valores de x e y? b) Qual seria a resposta, caso não fosse possível aproveitar a parte do muro indicada, sendo necessário cercá-la com a tela? Nesse caso, em que percentual ficaria reduzida a área máxima da superfície limitada pelo jardim e pelo pomar reunidos? Fonte: Iezzi et al. (2017, p.105)	b) • $3x + 3y + \frac{3y}{\text{muro}} = 150 \Rightarrow 3x + 6y = 150 \Rightarrow$ $\Rightarrow x + 2y = 50$ ** • $A = 3xy \Rightarrow A = 3 \cdot x \cdot \left(\frac{50 - x}{2}\right) \Rightarrow A = -\frac{3x^2}{2} + 75x$ A é máxima para $x = x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-75}{2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)} = 25$; por ** obtemos $y = \frac{50 - 25}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$ • Nesse caso, a área seria dada por $3 \cdot 25 \cdot \frac{25}{2} = 937,5$ (937,5 m²) No caso do item a, a área seria $3 \cdot 25 \cdot 25 = 1875$ (1875 m²) Como $937,5 = \frac{1875}{2}$, a redução da área seria de 50%. Fonte: Iezzi et al. (2017, p.367)
t_{3.1}. Aplicar t_{1.3} e t_{1.4}. Comparar os resultados obtidos em t_{1.3} e t_{1.4}. Determinar o percentual de redução da área máxima de uma situação para outra.	

Fonte: os autores (2019).

Em síntese sobre a T3, de oito LD analisados apenas o LD1 propôs esse tipo de tarefa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa teve origem em um projeto de PIBIC. Dos resultados iniciais da pesquisa realizada no PIBIC, destacamos que a maior parte dos LD tem proposto na introdução dos capítulos sobre Função Quadrática - a *Contextualização no Cotidiano*. Sobre as atividades resolvidas, o maior número delas se referem à *Contextualização Matemática* (88%) e ocorre um certo equilíbrio entre o número de atividades resolvidas quanto à *Contextualização no Cotidiano* (6%) e a *Contextualização Interdisciplinar* (5%). No que diz respeito às atividades propostas à resolução dos alunos o maior número delas se relaciona à *Contextualização Matemática* (83%) e em segundo lugar à *Contextualização no Cotidiano* (10%). Em menor quantidade, percebemos a *Contextualização Interdisciplinar* (6%). E finalmente, a *Contextualização Histórica* é a menos abordada em todos os itens analisados.

Na pesquisa, foco desse TCC, quanto ao tópico específico nos LD sobre "Valor Máximo e Valor Mínimo da Função Quadrática" constatamos que 11% delas se referem ao cálculo da área máxima de um retângulo. Dessas últimas, 65% são contextualizadas no cotidiano e 35% no contexto matemático.

Como limite do nosso TCC, entendemos que a relação entre Função Quadrática e Área - Perímetro de Figuras Planas é bem mais amplo. Porém, devido o trabalho que o entendimento sobre as técnicas requerem de nossa atenção e zelo pela análise não conseguimos tratar de todos os casos envolvendo essa relação.

Outro aspecto que não conseguimos avançar foi o tipo de tecnologia, um olhar mais aprofundado sobre as pesquisas tratando dos temas dessa pesquisa. Embora, possamos afirmar que não encontramos nenhum tipo de trabalho como o que foi desenvolvido nesse TCC.

Por fim, esperamos que esse TCC possa contribuir a outros pesquisadores.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, A. J. **O ensino de álgebra no Brasil e na França estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático**. 2009, 290 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009
- BALESTRI, R. **Matemática: interação e tecnologia**. v.1. São Paulo: Leya, 2016.
- BARBOSA, J. C. A “contextualização” e a modelagem na educação matemática do ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife, **Anais...**Recife: SBEM, 2004.1 CD-ROM.
- BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério de Educação, 2006.
- CARVALHO, D. G. uma análise da abordagem da área de figuras planas no guia de estudo do projovem urbano sob a ótica da teoria antropológica do didático. 2012, 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.
- CHAVES, A. P. **Função Quadrática: análise em termos de contextos, de organizações matemáticas e didáticas propostas em Livros Didáticos de Ensino Médio**. 2016. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.
- CHAVANTE, E.; PRESTES, D. **Quadrante Matemática**. v.1.São Paulo: SM, 2016.
- DANTE, L.R. **Matemática: contexto & aplicações**. v.1.São Paulo: Ática, 2017.
- GARCIA, J; SOUZA, J. # **Contato matemática**. v.1.São Paulo: FTD, 2016.
- IEZZI, G. et al. **Matemática: ciência e aplicações**.v.1. São Paulo: Saraiva, 2017.
- TUFANO, W. Contextualização. In: FAZENDA, I. C. A. **Dicionário em Construção: interdisciplinaridade**. 2ª ed. São Paulo: Cortez, 2002. p.40-41.
- KATO, D. S.; KAWASAKI, C. S. O significado pedagógico da contextualização para o ensino de ciências: análise dos documentos curriculares oficiais e de professores. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, VI., 2007, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: UFCS, 2007.
- LEONARDO, F.M. **Conexões com a matemática**. v.1. São Paulo: Moderna, 2016.
- NASCIMENTO, M. J. A. **Os contextos explorados no ensino da função afim nos livros de matemática do ensino médio**. 2009. 123f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.
- PAIVA, M. **Matemática Paiva**. Ensino Médio.v.1. São Paulo: Moderna, 2015.

PERNAMBUCO. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco.** Matemática. Recife: Secretaria de Educação, 2012.

SANTO, A. E.; SILVA, F. H. S. A contextualização: uma questão de contexto. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife, **Anais...** Recife: SBEM, 2004.1 CD-ROM.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I. **Matemática:** Ensino Médio. v.1. São Paulo: Saraiva, 2014.

VIEIRA, G. M. **Estratégias de “contextualização” nos livros didáticos de matemática dos ciclos iniciais do ensino fundamental.** 2004. 139f. Dissertação (Mestrado em Educação)- Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2004.

ANEXOS

Anexo 1

Quadro 36 - Tipos de tarefas e de técnicas em LD do Ensino Médio

T1. Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima	t ₁ - Utilizar o cálculo do vértice da parábola da Função Quadrática para determinar as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima	LD
T _{1.1} . Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do seu perímetro.	t _{1.1} . Desenhar um retângulo e atribuir medidas (x e z) aos seus lados. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e z ($2x+2z=P$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida z em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e z. Substituir o valor da medida z (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular as raízes da função. Construir o gráfico da parábola. Observar no gráfico que a área máxima do retângulo corresponde ao valor máximo da função $A(x)$; ou seja o vértice da parábola. Calcular a abscissa do vértice da parábola (X_v) pela média aritmética das abscissas de dois pontos simétricos em relação ao eixo de simetria da parábola. Calcular o valor da medida do lado z, sabendo o valor da medida do lado x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o perímetro. Indicar os valores das medidas x e z.	LD2
	t _{1.2} . Desenhar um retângulo e atribuir medidas (x e y) aos seus lados. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y ($2x+2y=P$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Determinar o valor da medida de x (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o perímetro do retângulo. Indicar o valor de x e y.	LD3 LD7
T _{1.2} . Calcular as medidas dos lados de um retângulo, subdividido em duas partes (dois retângulos), para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do seu perímetro.	t _{1.3} . Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo subdividido em duas partes (dois retângulos) em função de x e y ($3x+3y+3y=P$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área dos dois retângulos em função de x e y ($A= 3.x.y$). Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Determinar o valor da medida de x (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o perímetro. Indicar os valores das medidas x e y.	LD1
T _{1.3} . Calcular as medidas dos lados de um retângulo,	t _{1.4} . Escrever a expressão algébrica em função de x e y, representando a medida dada em metros em relação ao	LD1

subdividido em duas partes (dois retângulos), para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do contorno de apenas três dos seus lados.	contorno de três lados do retângulo (subdividido em duas partes) ($3x+3y=C$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área dos dois retângulos em função de x e y ($A= x.y + x.2y$). Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Determinar o valor da medida de x (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o contorno dos três lados do retângulo. Indicar os valores das medidas x e y.	
T1.4. Calcular as medidas dos lados de um retângulo para que sua área seja máxima, sendo dada a medida do contorno de apenas três dos seus lados, com mais de uma volta.	t.1.5. Desenhar um retângulo e atribuir medidas (x e y) aos seus lados. Dividir a medida dada em metros pelo número de voltas para obtenção do valor da soma da medida de três lados do retângulo. Escrever a expressão algébrica que representa a medida dada em metros em relação ao contorno de três lados do retângulo (C) em função de x e y ($2x+y=C$). Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Determinar o valor da medida de x (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida x (para área máxima) na expressão algébrica que representa o contorno dos três lados do retângulo. Indicar o valor de x e y. t.1.6. Escrever a expressão algébrica em função de l e c, que representa a medida dada em metros pelo número de voltas, em relação ao contorno, de três lados do retângulo ($8l+2c= C$). Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida c em função de l. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de l e c. Substituir o valor da medida c (em função de l) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(l) = al^2 + bl$. Determinar o valor da medida de l (para área máxima) a partir do cálculo do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida c, sabendo o valor da medida l (para área máxima) na expressão algébrica que representa o contorno de três lados do retângulo. Indicar os valores das medidas c e l.	LD2 LD3
T1.5. Calcular as medidas dos lados de um retângulo, inscrito em um triângulo isósceles, para que sua área seja máxima.	t.1.7. Calcular a medida da altura do triângulo isósceles maior. Relacionar as medidas do triângulo isósceles menor ao maior pela propriedade de semelhança de triângulos. Determinar a expressão que representa a medida de y (base do triângulo menor) em função de x (lado do retângulo) através da relação de semelhança encontrada. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor do x do vértice da parábola (X_v),	LD2

	usando $-\frac{b}{2a}$. Calcular o valor da medida y, sabendo o valor da medida X_v , na expressão algébrica gerada pela relação de semelhança dos triângulos. Indicar os valores das medidas x e y.	
T1.6. Calcular as medidas dos lados de um retângulo, inscrito em um triângulo retângulo, para que sua área seja máxima.	t.1.8. Não identificada sua descrição (não houve acesso ao livro do professor).	LD7
T2. Calcular a medida da área máxima de um retângulo	t2. Utilizar o cálculo do vértice da parábola da Função Quadrática para determinar a área máxima de um retângulo	
T2.1. Calcular a área máxima de um retângulo, sendo dada a medida do seu perímetro.	t2.1. Aplicar t1.2. Depois substituir o valor de x_v na expressão que representa a área do retângulo para obter a área máxima.	LD1 LD3
	t2.2. Aplicar t1.1. Depois substituir o valor de x na expressão que representa o cálculo da área máxima do retângulo.	LD2 LD4
	t2.3. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y. Escrever uma expressão do tipo $2x+2y=P$. Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor máximo da função A (x), ou seja, a ordenada do vértice da parábola, usando $-\frac{b}{2a}$. Indicar o resultado da área máxima.	LD3
	t2.4. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y. Escrever uma expressão do tipo $2x+2y=P$. Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $S(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor do x do vértice da parábola (X_v), usando $-\frac{b}{2a}$. Em seguida substituir o valor de X_v na expressão $Y_v = S(X_v)$, este que representa a área máxima do retângulo.	LD6
	t2.5. Desenhar um retângulo e atribuir a medida x a um lado e ao outro paralelo a esse. Calcular as outras medidas do lado do retângulo, levando-se em conta a medida do Perímetro (P) e a medida x, pela expressão $(\frac{P-2x}{2})$. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor do x do vértice da parábola (X_v), usando $-\frac{b}{2a}$. Substituir o valor de X_v na expressão que representa o cálculo das outras medidas do lado do retângulo $(\frac{P-2x}{2})$. Indicar o retângulo que possui a área máxima.	LD7
	t2.6. Escrever a expressão algébrica que representa o perímetro (P) do retângulo em função de x e y. Escrever uma expressão do tipo $2x+2y=P$. Simplificar a expressão algébrica. Isolar o valor da medida y em função de x. Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x e y. Substituir o valor da medida y (em função de x) na	LD8

	expressão algébrica que representa a área do retângulo. Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular as raízes da função $A(x)$. Calcular as coordenadas do vértice da parábola utilizando $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$. Construir o gráfico da função. Observar no gráfico da função a área máxima do retângulo relativa a posição do vértice da parábola.	
T2.2. Calcular a área máxima de um retângulo, sendo dada a medida do contorno de apenas três dos seus lados.	t2.7. Desenhar um retângulo e atribuir as medidas ao contorno de três dos seus lados em função de x . Escrever a expressão algébrica que representa a área do retângulo em função de x . Aplicar a propriedade distributiva para se obter a expressão algébrica na forma $A(x) = ax^2 + bx$. Calcular o valor máximo da função $A(x)$, ou seja, a ordenada do vértice da parábola, usando $-\frac{\Delta}{4a}$. Indicar o resultado da área máxima.	LD8
T3. Comparar a área máxima de dois retângulos	T3. Utilizar o cálculo do vértice da parábola da Função Quadrática para comparar a área máxima de dois retângulos	
T3.1. Comparar a área máxima de um retângulo, subdividido em duas partes (dois retângulos), quando é dada a medida do seu perímetro com quando é dada apenas a medida do contorno de três dos seus lados.	t.3.1. Aplicar $t_{1.3}$ e $t_{1.4}$. Comparar os resultados obtidos em $t_{1.3}$ e $t_{1.4}$. Determinar o percentual de redução da área máxima de uma situação para outra.	LD1

Fonte: Autores (2019).