UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

TAYSLANE RAFAELA SILVA DOS SANTOS

ESTRATÉGIAS E DIFICULDADES DE ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Recife – 2019

TAYSLANE RAFAELA SILVA DOS SANTOS

ESTRATÉGIAS E DIFICULDADES DE ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática, como requisito à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Jadilson Ramos de Almeida

Recife - 2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal Rural de Pernambuco
Sistema Integrado de Bibliotecas
Gerada automaticamente, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Santos, Tayslane Rafaela Silva dos e

Santos, Tayslane Rafaela Silva dos Santos
ESTRATÉGIAS E DIFICULDADES DE ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU / Tayslane Rafaela Silva dos Santos Santos. - 2019.
41 f. : il.

Orientador: Jadilson Ramos de Almeida.
Inclui referências, apêndice(s) e anexo(s).

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Licenciatura em Matemática, Recife, 2020.

1. Equação. 2. Ensino. 3. Erro. 4. Dificuldade. I. Almeida, Jadilson Ramos de, orient. II. Título

CDD 510

TAYSLANE RAFAELA SILVA DOS SANTOS

ESTRATÉGIAS E DIFICULDADES DE ALUNOS DO 9º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática, como requisito à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em __________________ 2019

BANCA EXAMINADORA

____

JADILSON RAMOS DE ALMEIDA

____

ANNA PAULA AVELAR BRITO LIMA

____

WAGNER RODRIGUES COSTA

Recife - 2019

Dedico este trabalho a todos aqueles que acreditaram em mim, me acolheram, ajudaram de alguma forma nesta jornada acadêmica. Não podendo deixar de dedicar ao meu melhor amigo, que está comigo desde o início da jornada e que nunca me deixou desistir, Matheus Santos.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por ter tornado esse sonho possível. Agradeço a minha família, amigos e professores por todo o apoio psicológico e emocional. Serei eternamente grata por todos que permaneceram do meu lado desde o início desta jornada, muito distante do meu interior. Apesar dos pesares, eu estou aqui para dizer que consegui. Muito grata por todo apoio.

Resumo

A pesquisa foi desenvolvida em uma escola Municipal da cidade de Escada, Pernambuco. As atividades foram aplicadas em duas turmas de 9º ano do ensino fundamental, um total de 50 alunos participaram. Nossos objetivos foram verificar em quais subtipos de equações, da equação A(x) + b = c tínhamos o maior número de erros/acertos, quais eram as técnicas mais utilizadas para resolver cada um dos subtipos apresentados aos alunos, além de verificar quais os erros mais recorrentes. Os resultados nos mostram que os alunos têm grande dificuldade nas operações elementares; em compreender uma equação que esteja em uma ordem não exemplificada pelo professor durante a aula; em compreender o que seria equação em si e inversão de operações.

Palavras-chave: Equação. Ensino. Erro. Dificuldade.

Sumário

INTRODUÇÃO

Durante toda nossa vida escolar estamos diante de situações que exigem de nós, saber um pouco sobre álgebra. No início do ensino fundamental, trabalhamos com valores desconhecidos, em que as crianças não têm ideia de que se trata de conhecimentos na área da aritmética ou da álgebra.

Muitos estudantes tendem a ter medo/pavor da disciplina matemática, esse medo advém de vários fatores, um dos principais é a possível experiência negativa na educação infantil ou anos iniciais do ensino fundamental. Que veio se perpetuando por todo o seu percurso enquanto estudante, o que pode ter acarretado um bloqueio mental no aluno, fazendo com que ele não consiga aprender as operações elementares, por exemplo.

Ao falarmos do campo da álgebra, a dificuldade permanece. Quando observamos a resoluções dos alunos sobre equações do primeiro grau, por exemplo, sempre existem problemas relacionados às operações elementares. Os estudantes não conseguem diferenciar divisão, multiplicação, adição e subtração dos termos de forma correta. Subtração e adição de termos semelhantes (incógnitas e números).

Um dos grandes problemas que levam os alunos a cometerem esses erros é a falta de significação de conteúdo, pois o aluno não vê sentido real no que está sendo ensinado e, portanto, não encontra motivos para querer aprender. Outro tema muito recorrente de discussão, atualmente, é a extrema necessidade de passar conteúdos, devido a currículos extensos que devem ser trabalhados durante todas as etapas da educação básica.

(OLIVEIRA; REZENDE 2016) citam House (1995, p. 2),

> Em muitas salas de aula, os alunos continuam sendo treinados para armazenar informações e para desenvolver a competência no desempenho de manipulações algorítmicas. E, embora níveis adequados de conhecimento factual e de técnicas sejam resultados importantes do programa da álgebra, a necessidade maior dos alunos é uma compreensão sólida dos conceitos algébricos e a capacidade de usar os conhecimentos em situações novas e às vezes inesperadas.

No campo da álgebra não poderia ser diferente, os alunos tem dificuldade, muitas vezes, em como compreender o que significam aquelas letras dispostas em uma equação, o que aquilo poderia significar? Como resolver problemas deste tipo? Segundo Oliveira e Rezende (2016, p.2),

> Observamos que as dificuldades dos alunos na aprendizagem da álgebra são consequência de um ensino baseado em técnicas e regras, em procedimentos sem significação, dificultando sua capacidade de compreensão dos conceitos que permitem a efetivação do conhecimento.

A falta de significação dos conteúdos ministrados em sala de aula, tem se mostrado um problema para os alunos compreenderem conceitos matemáticos. Eles têm dificuldade em entender como algo que tem regras, mas não tem aplicabilidade no nosso cotidiano poderia ajudá-lo de alguma forma em seu desenvolvimento.

Os alunos tendem a cometer erros que são frequentes quando dizem respeito a solução de uma equação do primeiro grau, como aponta a pesquisa de Ponte, Branco e Matos (2008). Motivados por a curiosidade de saber qual os erros mais frequentes e em quais subtipos de equações do 1º grau isso acontece, fizemos nossa pesquisa. Focamos no tipo de equação A(x) + b = c e, utilizando variações deste tipo, ou seja, aquilo que chamamos de subtipos dessa equação. Também buscamos identificar as técnicas mais utilizadas pelos alunos na resolução das equações.

O currículo de Matemática para o ensino fundamental, com base nos parâmetros curriculares de Pernambuco, mostra que o conteúdo de equações do primeiro grau deveria ministrado no 7º ano do ensino fundamental e tem como uma das competências resolver problemas de partilha e de transformação, ou seja, se hoje minha mãe tem 25 anos, daqui a um ano eu terei metade da idade dela, por exemplo. Além disso, o currículo traz também, dentro do campo/eixo álgebra que devemos trabalhar com equivalência de igualdades mostrando como expectativas de aprendizagens "*Estabelecer a técnica da equivalência (metáfora da balança) para resolver equações de 1º grau do tipo A(x)=B(x),, sendo A(x) e B(x) expressões polinomiais*", que é uma técnica utilizada para a resolução de equação do primeiro grau.

Quando vamos analisar a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), assim como no currículo de matemática citado anteriormente, o conteúdo de equações de grau 1 é ofertado no 7º ano do ensino fundamental. Na BNCC, observamos que existem os objetos de aprendizagens e as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes. No ensino de equações do primeiro grau, segundo o documento, o objeto de aprendizagem seria equações polinomiais do 1º grau e as habilidades que os alunos precisam desenvolver é "*Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade*".

Quando estamos estudando aritmética e a álgebra na educação básica, temos em mente que a aritmética está relacionada com números e "resolver conta", já a álgebra está ligada a manipulação de elementos desconhecidos ou generalização de uma situação já conhecida. É possível observarque não pensamos, em geral, na álgebra/aritmética como área comum, a junção das duas é mais comum quando vamos resolver uma expressão algébrica que possui números. Para Maccari (2007) p. 8,

> A álgebra que se conhece hoje é recente. Já o pensamento algébrico está presente desde os primórdios da construção matemática. A utilização de simbolismo na álgebra encontrou seu auge no início do século XX. Antes era privilégios de poucos. Apenas os mais dotados tinham acesso a álgebra desde a escola básica. Em consequência dessa abertura, no ensino da álgebra para todos, provocou-se uma forma de exclusão, uma vez que, nem todos conseguem aprender, formando assim, uma barreira para ascensão do aluno.

No entanto, ao resolvermos uma equação do primeiro grau buscando o valor de uma variável desconhecida estamos dentro do campo da álgebra, mas ao tentarmos resolver a mesma equação, só que desta vez pensando nela como uma igualdade/equivalência entre termos, estamos utilizando a questão da "balança.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais PCN (BRASIL, 1998) nos dizem para que possamos garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o estudante precisa estar necessariamente engajado em atividades que estão relacionadas com as diferentes concepções sobre a Álgebra. Já a Base Nacional Comum Curricular (2017) p. 270,

> A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.

Ambos os documentos oficiais brasileiros citados acima, abordam a temática álgebra por meio do pensamento algébrico. Entrando na temática da álgebra, o pensamento algébrico é muito importante para o ensino de equações, mais especificamente para equação do primeiro grau. Geralmente, os professores recomendam aos seus alunos para *"colocar letras de um lado e números do outro de modo que possamos encontrar o valor de x"*.

Segundo Silva e Costa (2014), podemos resolver equação do primeiro grau de uma incógnita utilizando princípios de equivalência entre as igualdades. Podendo subtrair, multiplicar, dividir e adicionar ambos os lados da equação com o objetivo de encontrar uma equação equivalente. Considere a equação 4X – 3 + (2X) = 2X – 4, resolvendo teremos:

$$4X + 2X - 2X = -4 + 3$$

$$4X = -1$$

$$4X/4 = -1/4$$

$$X = -1/4.$$

Além deste método, o autor cita a solução por meio do método de tentativa e erro, método pelo qual o aluno vai atribuindo valor a x, de modo que encontre uma solução para a equação. Observe o quadro abaixo, trazido pelos autores Silva e Costa (2014) em seu texto,

Exemplo 5: Resolva a equação $x - 2 = 0$, sendo $U = \{0, 1, 2, 3\}$.

Para $x = 0$ na equação $x - 2 = 0$, temos: $0 - 2 = 0 \;=>\; -2 = 0$. (F)

Para $x = 1$ na equação $x - 2 = 0$, temos: $1 - 2 = 0 \;=>\; -1 = 0$. (F)

Para $x = 2$ na equação $x - 2 = 0$, temos: $2 - 2 = 0 \;=>\; 0 = 0$. (V)

Para $x = 3$ na equação $x - 2 = 0$, temos: $3 - 2 = 0 \;=>\; 1 = 0$. (F)

Verificamos que 2 é raiz da equação $x - 2 = 0$, logo $V = \{2\}$.

Fonte: (SILVA; COSTA, 2014)

A partir desse cenário, nossos objetivos para essa pesquisa são: analisar o rendimento e os tipos de erros dos alunos em relação aos subtipos de equações a partir da equação A(x) + b = 0; e identificar as técnicas mais recorrentes nas resoluções dos alunos.

1. TIPOS DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Ao iniciar o estudo sobre equações do primeiro grau, encontramos duas definições mais recorrentes acerca do tema. Por um lado, a equação do primeiro grau é considerada uma igualdade entre uma ou mais quantidades desconhecidas, as quais chamamos de incógnitas, (CALADO, 1952; COSTA, DOS ANJOS, 1970).

Por outro lado, ela é vista como sendo escrita da forma $ax = b$, em que $a, b \in R$ *(constantes reais) e* $b \neq 0$ (CALADO, 1952). Um dos tipos específico de equações citadas anteriormente, considerada a igualdade de uma ou mais quantidade desconhecidas, é do tipo $x + y = c$, em que c é um número real; neste caso denomina-se que tanto "x" como o "y" são variáveis, à medida em que vamos atribuindo valor para "x" verificamos que o "y" está variando (COSTA; SILVA, 2014), podemos dizer que o valor de y depende do valor que a variável "x" assume.

É natural que haja um questionamento de como poderia ser resolvida determinada situação, quando estamos diante de uma equação, por exemplo, já que quando se cria uma equação temos como objetivo resolver um problema. Ao pensar sobre isso, surge a dúvida de quais seriam as formas de resolver uma equação do primeiro grau.

Em seu artigo (BARBOSA; LINS 2013) citam os procedimentos de resolução para equações de 1º grau classificados por Chevallard[1] (1984) *"(1) equações do tipo* $ax + b = c$*, que podem ser resolvidas por procedimentos aritméticos e (2) equações do tipo* $ax + b = cx + d$ *, que não podem ser resolvidas por procedimentos que se apóiem especificamente em operações aritméticas".*

No entanto, não é sempre que as equações se apresentam em sua forma simplificada. Existem variantes nas quais pode-se usar ferramentas para se chegar a forma simplificada e resolver através dos procedimentos citados anteriormente. Segundo Barbosa e Lins (2013), existem dois principais tipos de equações, sendo elas $A(x) = C$ e $B(x) = C(x)$, em que $A(x)$, $B(x)$ e $C(x)$ são expressões polinomiais, como pode-se observar no parágrafo anterior. Ambos os tipos são equações do primeiro grau, no entanto não estão apresentadas em sua forma reduzida.

[1] Chevallard trabalha com a Teoria Antropológica do Didático (TAD), que tem como objeto de estudo o homem diante do saber matemático. Em nosso trabalho iremos utilizar apenas a noção de tipos de tarefa e de técnicas.

Esses tipos, desdobram-se em alguns subtipos, que são variações dos tipos de equações. Sendo eles [A(x) = d], em que d é uma constante real; [B(x) = C(x)],em que B(x) e C(x) são equações polinomiais do primeiro grau; o [ax + b = c] e além deste temos a [ax + b = cx + d], em que *a, b, c* e *d* são constantes reais.

O tipo de equação que abordamos em nosso trabalho A(x) + b = c, fazendo variações, ou seja, encontrando subtipos destas.

2. TÉCNICAS DE RESOLUÇÃO

A partir dos subtipos de equações, começamos a pensar ferramentas que podemos utilizar para poder solucionar cada um destes. Segundo Barbosa e Lima (2008), temos cinco técnicas que nos auxilia a resolver equações que pertencem aos subtipos citados acima. Temos a neutralização de termos, testar igualdade, transpor termos ou coeficientes, desenvolver ou reduzir expressões e reagrupar termos semelhantes, os chamamos de técnicas. O quadro abaixo mostra quais as técnicas e as abreviações que utilizaremos no decorrer do trabalho.

Quadro 1: Técnicas de Resolução

Técnicas	**Nomenclatura que utilizaremos**
Neutralização de termos	Tec. (NT)
Testar igualdade	Tec. (TI)
Transpor termos ou coeficientes	Tec. (TTC)
Desenvolver ou reduzir expressões	Tec. (DRE)
Reagrupar termos semelhantes	Tec. (RTS)

Fonte: Com base no texto de Barbosa e Lima (2015)

Na técnica*neutralização de termos*, uma possibilidade é somar simétricos aos termos que queremos neutralizar, com o objetivo de deixá-los isolados. Considere a equação 2X + 3 = 4, resolvendo por meio desta estratégia temos:

$$2X + 3 = 4$$

$$2X + 3 - 3 = 4 - 3$$

$$2X = 1$$

$$\frac{2X}{2} = \frac{1}{2}$$

$$X = \frac{1}{2}$$

Outra técnica na utilizada é a *Transposição termos ou coeficientes,*em que podemos utilizar a inversão de operações; o que era multiplicação passa a ser uma divisão. Isso possibilita a simplificação dos cálculos. Considerando esta técnica, seja 3c = 6, então a multiplicação viraria uma divisão,

$$3c = 6$$

$$c = 6/\ 3$$

$$c = 2$$

Observemos que as técnicas citadas anteriormente são parecidas, mas não podemos confundi-las. Na *Técnica de neutralização de termos* efetuamos as operações em ambos os membros da igualdade, já na *técnica de transposição de termos* utilizamos a operações inversas (o que está somando passa para o outro membro subtraindo, o que está multiplicando passa dividindo).

Na técnica de *testar igualdade*, podemos fazer isto por meio do método de tentativas e erros, ou seja, vamos atribuindo valores as incógnitas de modo que a equação fique equilibrada, como, por exemplo, podemos verificar no exemplo abaixo, considerando a equação 2X = 16

Quadro 2: Teste de igualdade

X	**2X**	**2X = 16**
4	8	8 ≠ 16
5	10	10 ≠ 16
6	12	12 ≠ 16
7	14	14 ≠ 16
8	16	16 = 16

Portanto, observando a tabela, o variamos o valor de X percebendo que o único que satisfaz a equação 2X = 16 é X = 8.

Já na técnica de <u>*desenvolver ou reduzir expressões*</u>é uma mistura de outras técnicas. vamos eliminando todas as barreiras matemáticas de modo a utilizar os artifícios que temos para resolver as equações. Vamos resolvendo os parênteses, somando termos semelhantes, efetuando operações inversas e entre outros artifícios, com o objetivo de reduzir, ao máximo, as equações.

Seja a equação $[(2X + 3) + 8(X – 1)] = 2$, temos:

$$[(2X + 3) + 8(X – 1)] = 2$$

$$[(2X + 3) + 8X – 8] = 2$$

$$(2X +8X) + 3 – 8 = 2$$

$$10X – 5 = 2$$

A partir deste ponto da resolução, o aluno pode escolher outras técnicas de resolução de equações para resolver, tanto a <u>*técnica de neutralização de termos*</u>, quanto a <u>*técnica de transposição de termos*</u>. Podemos ver estas técnicas abaixo,

Quadro 3: Tec. TIC x Tec. NT

Técnica de transposição de termos ou coeficientes	**Técnica de neutralização de termos**
$10X= 2 + 5$ $10X = 7$ $X = 7/10$	$10X – 5 + 5 = 2 + 5$ $10X = 7$ $10X/ 10 = 7/ 10$

<u>*Reagrupar termos semelhantes*</u> é somar/subtrair os semelhantes e resolver a equação, é comum utilizar a linguagem "*vamos juntar quem tem x, com quem tem x e somar o restante*". É uma forma de juntar os termos que são semelhantes, ao invés de "x" poderíamos falar incógnita. Considere a equação $3X + 4 + 2X = 14$, resolvendo,

$$3X + 2X = 14 – 4$$

$$5X = 10$$

$$X = 10/5$$

$X = 2$

Apesar de citarmos a *técnica de reagrupar termos semelhantes*, não a abordaremos neste trabalho, já que optamos por trabalhar com equação simples. As equações que trabalharemos serão subtipos da equação $A(x) + b = c$.

Barbosa e Lins (2013) trazem a ideia de *técnicas mistas*, ele afirma que "*dependendo das variáveis mobilizadas na construção das equações, podemos mobilizar uma ou mais técnicas, dando origem às técnicas mistas*". p.348 Isto significa que, ao depender da equação, os alunos podem utilizar outras técnicas e não apenas uma para resolver uma equação, podendo chamar de técnicas mistas.

3. ERROS MAIS FREQUENTES NA RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Ponte, Branco e Matos (2008),citam alguns erros mais comuns acerca da resolução de equações do 1º grau. O quadro 4 a seguir apresenta esses tipos de erros .

Quadro 4: Tipos de Erros

Tipos de erros	**Abreviação**
Adição incorreta de termos semelhantes	TE1
Adição incorreta de termos não semelhantes e interpretação incorreta dos sinais	TE2
Interpretação incorreta de monômios do 1º grau	TE3
Separação entre parte literal e a parte numérica numa expressão algébrica	TE4
Resolução incorreta de uma equação do tipo ax = b	TE5

Fonte: Com base no texto de (PONTE, BRANCO, MATOS, 2008)

No TE1 o aluno tende a *adicionar termos em uma equação que são semelhantes*. Considere a equação $2(X + 3) = 4X$, resolvendo teremos $2X + 6 = 4X$, mas uma pessoa que comete a adição incorreta de termos pode resolver da seguinte forma:

$$2(X + 3) = 4X$$

$$2X + 6 = 4X$$

$$4X + 2X = 6$$

$$6X = 6$$

$$X = 1$$

O aluno poderá confundir o sinal ao efetuar as operações em ambos os lados da equação simultaneamente. Chegando, então a resposta incorreta, mesmo utilizando as técnicas de resolução corretas, o aluno acabou adicionando incorretamente termos que são semelhantes na equação.

Observemos que os tipos de erros 1 e 2 podem parecer idênticos, mas podemos distingui-los sabendo que o TE1 é a adição incorreta de termos *semelhantes,* já no TE2 *te*mos a adição incorreta de termos *não semelhantes.*

No TE2, *a adição incorreta de termos não semelhantes e interpretação incorreta dos sinais*. Neste tipo de erro o estudante confunde os sinais ou o que significa aquele sinal, suponha que uma equação tenha o sinal de adição, mas quando o aluno vai resolver interpreta como se fosse outra operação (subtração/divisão/multiplicação). Vejamos na equação a seguir: $2X + 7 = 15$, resolvendo, segundo o TE2, poderíamos ter:

$$2X + 7 = 15$$

$$2X = 8$$

$$X = 8 - 2 = 6.$$

Observe que nesse exemplo o aluno confundiu a multiplicação com a subtração, logo, fez a interpretação incorreta dos sinais.

Temos ainda o TE3, no qual o aluno tem uma *interpretação incorreta dos monômios de primeiro grau*. Segundo (PONTE, BRANCO, MATOS, 2008), este tipo de erro está atrelado a interpretação do aluno sobre o que é dito na equação.

Considere a equação $5X + 3 = 23$, por exemplo, o discente pode interpretar que a incógnita que está acompanhando o 5, na verdade não sendo uma incógnita, mas como uma unidade da dezena em questão como os números 51, 52, por exemplo. Assim o $X =1$ ou 2, por exemplo. A partir do momento em que o estudante considera esse raciocínio a equação passa a não ter solução, o que não é verdade pois depois de termos efetuado os cálculos encontramos que o valor é $X = 4$.

No *tipo de erro da Separação entre parte literal e a parte numérica* numa expressão algébrica (TE4), é a dificuldade de observar dentro das equações os monômios dispostos para que possamos somar a parte que é literal e a parte que é variável. Como por exemplo a equação $(X + 1) + (X + 2) + 2X = 0$, resolvendo segundo TE4 teríamos,

$$X + X + X + 1 + 2 + 2 = 0$$

$$3X + 5 = 0$$

$$3X = -5$$

$$X = -5/3.$$

O que não é verdade, já que teríamos 4X = - 3 implicando que X= -3/4, pela técnica de transposição de termos. Observe que na solução segundo o tipo de erro, o aluno tem dificuldade em enxergar qual é a parte semelhante (literal/não).

Um outro tipo citado por (PONTE, BRANCO, MATOS, 2008) é o que chamaremos tipo de erro 5 (TE5), a resolução incorreta de equação do tipo aX = b. Observe que o aluno pode cometer o TE3, achando que o “a” seria o algarismo da dezena de um número e “x” seria o algarismo das unidades. Além disso, existe a dificuldade de trabalhar com a inversão de operações, a divisão simultânea dos termos em ambos os membros da igualdade.

4. METODOLOGIA

Escolhemos duas turmas de 9º ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública municipal de Escada, Pernambuco, para fazer a pesquisa sobre o conteúdo de equações. Apesar deste ter sido ministrado no 7º ano, fomos motivados por algumas dificuldades que permaneciam no 9º ano relatadas por professores acerca de seus alunos.

O questionário que formulamos foi aplicado em duas turmas de 9º ano, planejado inicialmente para 70 alunos. No entanto, no dia da aplicação do questionário houveram 20 faltosos, e ficamos com amostra de 50 alunos. Portanto, nossa pesquisa e dados estatísticos contidos foram em cima do total que conseguimos alcançar. Os alunos levaram cerca de 1 hora e 40 minutos para resolver as questões.

Decidimos trabalhar com o tipo de equação A(x) + b = c, em que b e c são constantes inteiras. A partir de variações deste tipo, as quais chamamos de subtipos de equações, elaboramos um questionário composto por 10 equações para que os estudantes de duas turmas do 9º pudessem responder, sem ajuda do professor. As equações que compuseram o teste foram:

(1) X + 5 = 13
(2) 2X + 4 =12
(3) 8 + X = 31
(4) 3 + 4X = 19
(5) 27 = 3X + 6
(6) 17 = 5X + 2
(7) 20 = 7 + X
(8) 18 = 4 + 2X
(9) 3X + 9 =0
(10)4X = 12

Na questão (1) X + 5 = 13, poderíamos resolver efetuando a operação de subtração em ambos os lados da igualdade, ou seja, com o intuito de neutralizar o termo no primeiro membro. Estudaremos está técnica durante nosso trabalho, chamamos de *técnica de neutralização de termos*. Resolvendo a equação (1), temos:

$$X + 5 = 13$$

$$X + 5 - 5 = 13 - 5$$
$$X = 13 - 5$$
$$X = 8.$$

Utilizando da mesma técnica, poderíamos resolver (3) $8 + X = 31$, outra questão proposta, e teríamos $X = 31 - 8 = 23$. É comum que ao utilizar dessas técnicas os alunos cometam erros relacionado aos jogos de sinais e efetuem operações de forma incorreta.

Assim como nas questões citadas acima, temos a equação (7) $20 = 7 + X$, apresenta uma diferença em relação as demais, note que não temos a incógnita no primeiro membro da equação, mas no segundo. Portanto, o aluno pode optar em resolver com a variável no segundo membro ou passá-la para o primeiro e solucionar com a mesma técnica da anterior. Suponha que um dos alunos decida resolver com a incógnita no segundo membro, ou seja, teremos

$$20 = 7 + X$$
$$20 - 7 = 7 - 7 + X$$
$$X = 13$$

Outra maneira que podemos utilizar para resolver é passando-a para o primeiro membro da igualdade da seguinte forma:

$$20 = 7 + X$$
$$20 - X = 7 + X - X$$
$$20 - X = 7$$
$$-X = 7 - 20$$
$$-X = -13$$
$$X = 13$$

Nesta, os alunos tendem a apresentar maiores dificuldades, uma vez que, geralmente, não ficam confortáveis trabalhando com jogo de sinais. Outra forma de solução que seria equivalente a primeira citada para esta equação, seria a de trocarmos ambos os lados da equação simultaneamente, ou seja, $7 + X = 20$ e utilizar a técnica de transpor termos ou coeficientes.

Consideremos as equações (2) $2X + 4 =12$, (4) $3 + 4X = 19$, (5) $27 = 3X + 6$ e (6) $17 = 5X + 2$ que também são subtipos da equação que decidimos trabalhar. Observem a semelhança entre as equações (2) e (4), a única diferença presente é que na primeira temos 2X localizado antes da constante 4 e na segunda temos a constante 3 antes do 4X. As equações (5) e (6) são uma espécie de variação das primeiras, já que temos como diferença a localização dos membros, ou seja, quem estava no primeiro membro, passa a fazer parte do segundo.

No questionário aplicado tínhamos as equações (9) $3X + 9 = 0$ e (10) $4X = 12$. Podemos notar que para o subtipo (9) ficar semelhante ao (10) bastava apenas utilizar a técnica que mais utilizamos *neutralização de termos,* abordada por Barbosa e Lima (2015). Resolvendo a equação (9), temos:

$$3X + 9 = 0$$

$$3X + 9 - 9 = 0 - 9 \text{ (neutralização de termos)}$$

$$3X = -9$$

$$3X/3 = -9/3$$

$$X = -9/3=$$

$$X = -3$$

Por outro lado, resolvendo a (10) teremos: X = ¾. Podemos observar que para resolver as equações acima utilizamos, ainda, outra técnica abordada pelos autores a *transposição de termos ou coeficientes*. Lembrando que estes não são os únicos caminhos possíveis para respostas, apenas uma sugestão de solução.

Queríamos observar em quais desses subtipos de equações os alunos apresentavam mais dificuldade e quais as técnicas que eles mais utilizavam. Nossos objetivos foram, portanto, analisar o rendimento e os tipos de erros dos alunos em relação aos subtipos de equações a partir da equação $A(x) + b = 0$; e identificar as técnicas mais recorrentes nas resoluções dos alunos.

Após a coleta de dados, analisamos os resultados da pesquisa para observar o se o que tínhamos pensado como objetivo, inicialmente, poderíamos concluir a partir das pesquisas. Analisamos questão por questão observando qual o maior número de erros e em quais questões eles eram mais recorrentes, além disso, vimos quais eram as técnicas mais utilizadas.

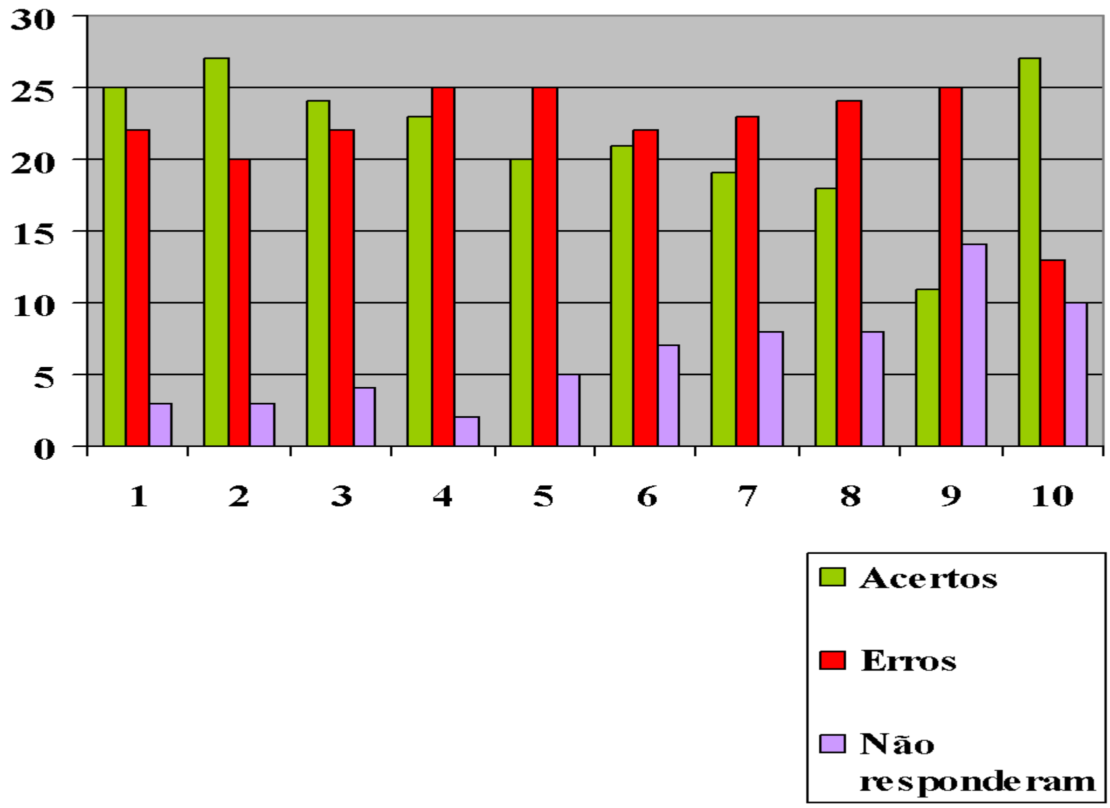
Anteriormente tínhamos analisado alguns tipos de erros comuns, segundo a ótica de (PONTE, BRANCO, MATOS, 2008). Nesta análise observamos quais os erros foram encontrados nas soluções dos subtipos de equações do tipo $A(x) + b = c$ e vimos que foi possível encontrar outros tipos de dificuldades diferentes das citadas pelos autores acima.

5. RESULTADOS

Motivados pelas dificuldades encontradas por professores da educação básica que estão atuando, buscamos compreender quais as técnicas utilizadas e os tipos de erros mais recorrentes nas questões relacionadas aos subtipos de equação, da equação a qual foi objeto de nosso estudo e foi citada anteriormente.

Observe o gráfico abaixo, neste teremos o resultado que expressa o número de erros/acertos/não resposta por questões.

Gráfico 1: Rendimento dos alunos



Do gráfico acima podemos inferir que as equações 4, 5 e 9 tiveram as maiores quantidades de erros. Já as questões 1, 2 e 10 tiveram mais acertos, e por fim, as questões 9 e 10 as que os estudantes mais deixaram em branco (não responderam).

Observemos que a questão 10, uma das que tiveram o maior número de acertos, (27), também foi uma das questões que os alunos mais deixaram sem resposta, totalizando 10 estudantes.

Um dos fatores que pode ter sido causa deste resultado é o tempo, por ela ter sido a última questão, assim como a 9, que juntas obtiveram o maior número de equações sem respostas.

Na questão 9 pudemos, a partir do gráfico, verificar que é a questão que além de apresentar o maior número de erros, é a que 14 alunos deixaram sem resposta.

$$3 + 4X = 19$$
$$3 - 3 + 4X = 19 - 3$$
$$4X = 16$$
$$X = 16/4$$
$$X = 4$$

5.1 TÉCNICAS UTILIZADAS QUE LEVARAM A RESPOSTA CORRETA

Analisaremos, agora, quais os tipos de técnicas utilizada pelos alunos para resolver as equações propostas. Vejamos, no quadro 5 abaixo, a distribuição das técnicas por cada equação. Para essa primeira etapa iremos analisar apenas as respostas corretas dos alunos, mesmo sabendo que eles podem adotar uma dessas técnicas e errar a questão, porém os tipos de erros serão analisados no próximo tópico.

Quadro 5: Técnicas adotadas

Questão	Equações	Tec. NT	Tec. TI	Tec. TTC
1	**X + 5 = 13**	8 alunos	2 alunos	15 alunos
2	**2X + 4 = 12**	7 alunos	-	20 alunos
3	**8 + X = 31**	10 alunos	-	14 alunos
4	**3 + 4X = 19**	8 alunos	-	15 alunos
5	**27 = 3X + 6**	5 alunos	-	15 alunos
6	**17 = 5X + 2**	7 alunos	-	14 alunos
7	**20 = 7 + X**	4 alunos	-	15 alunos
8	**18 = 4 + 2X**	5 alunos	-	13 alunos
9	**3X + 9 = 0**	-	-	11 alunos
10	**4X = 12**	-	5 alunos	22 alunos
	Total	54	7	154

Fonte: Dados da pesquisa.

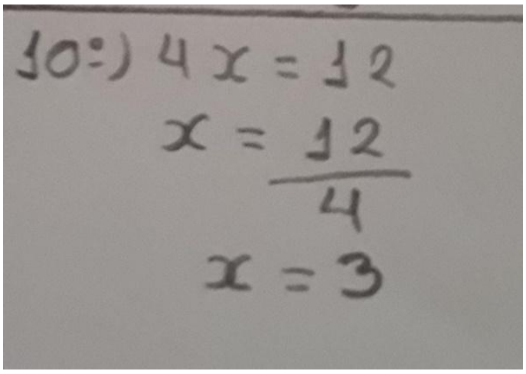
Legenda: Tec. NT: Técnica de Neutralização de termos; Tec. TI: Técnica de Testar igualdade; Tec.TTC: Técnica de transpor termos ou coeficientes

Analisando a tabela acima, conseguimos identificar que as técnicas mais utilizadas pelos alunos foram a neutralização de termos (aparecendo em 52 soluções), e a transposição de termos ou coeficientes (aparecendo em 154 soluções). Assim como citado anteriormente, as duas técnicas são diferentes, apesar de parecerem semelhantes. A *neutralização de termos* é a técnica em que o aluno utiliza a mesma operação em ambos os lados da igualdade, já na *transposição de termos ou coeficientes* consiste na aplicação de uma operação inversa. Iremos analisar exemplos desses tipos de técnica a seguir.

Segundo o quadro 5, a *técnica de transpor termos ou coeficientes* foi a mais utilizada pelos alunos. Uma das possíveis causas deste resultado é que o aluno, durante o processo de aprendizagem, pode ter tido contato apenas com esta técnica, ou dentre as que ele aprendeu, ela pode ser vista por ele como a “mais fácil”.

Partindo para análise dos tipos de técnicas, iniciaremos pela questão que apresentou o maior número de acertos, sendo ela a (10), dada pela expressão 4X = 12. Nesta equação, 22 alunos conseguiram, adotando a técnica TTC, encontrar o valor da incógnita. A seguir temos um exemplo dessa estratégia utilizada por um aluno para responder foi a seguinte:

Figura 1: Exemplo da téc. TTC

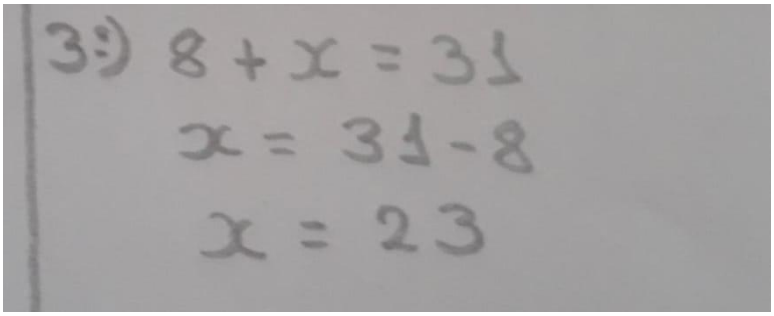


Fonte: Dados da pesquisa

Observem que a técnica de <u>*transpor termos ou coeficientes*</u> apareceu em 154 das 500 respostas dada pelos alunos que participaram da pesquisa. Nesta técnica, como discutido anteriormente, temos uma equação na qual os alunos fazem operações inversas (BARBOSA; LIMA, 2015), ou seja, no exemplo de resposta da figura 1, o aluno efetuou a divisão de 12 por 4, operação inversa da multiplicação, uma vez que o 4 estava a multiplicar o X no primeiro membro da equação. Chegando, por fim, ao 3, resposta correta da equação.

Assim como a equação (10), a (3) teve 14 respostas corretas que utilizaram a <u>*técnica de transposição de termos ou coeficientes*</u>, como podemos verificar no exemplo de resposta da figura 2 a seguir.

Figura 2: Exemplo da Tec. TTC

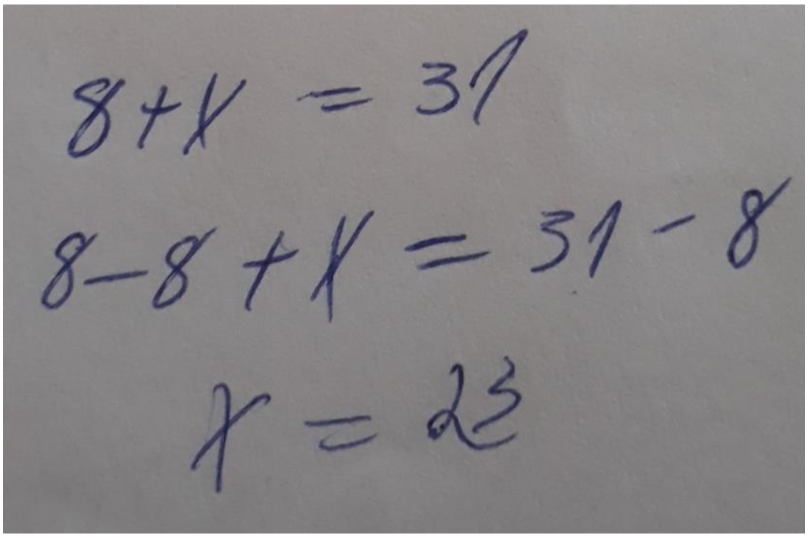


Fonte: Dados da pesquisa

Analisando a figura 2, observamos que o aluno utiliza a Tec. TTC para resolver a equação (3), observemos que o aluno utiliza a operação inversa da adição para transportar o número 8. Estava positivo no primeiro membro e passa a ser negativo no segundo membro da equação, posteriormente efetua corretamente a subtração 31 - 8, chegando ao valor correto para a variável X = 23.

A técnica de <u>Neutralização de termos</u> foi a segunda mais utilizada pelos alunos, aparecendo em 54 das respostas. Isso acontece, possivelmente devido ao fato de os alunos terem mais contato em sala de aula, assim como na Tec. TIC. Na figura 3 a seguir temos um exemplo dessa técnica adotada por um aluno.

Figura 3: Exemplo da Tec. NT

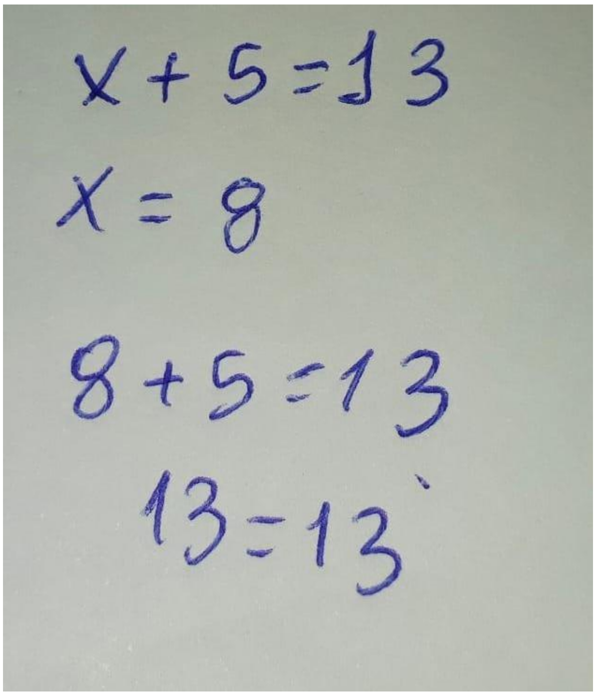


Fonte: Dados da pesquisa

Pelo exemplo 3 acima, observemos que o aluno utiliza a técnica de neutralização de termos, subtraindo em ambos os lados da igualdade o número 8, obtendo como solução X = 23. Na solução podemos verificar o que é abordado na tec. NT, utilizando a mesma operação em ambos os membros da equação a fim de neutralizá-lo em um destes.

Uma das técnicas mais difíceis de serem percebidas durante a coleta de dados foi a de <u>*Testar igualdade*</u>, já que é como se o aluno pensasse em um valor que satisfizesse a equação, atribuindo-o a "X". As equações (10) 4X = 12, assim como a equação (1) X + 5 = 13, são as únicas que apresentam essa solução. Podemos verificar na figura 4 abaixo um exemplo dessa técnica.

Figura 4: Exemplo da Tec. TI



Fonte: Dados da pesquisa

Observemos que o aluno supõe que o número 8 é solução da equação (1), para verificar a veracidade da sua hipótese ele substitui X pelo valor que ele acha que irá satisfazer a equação. ao substituir o valor de X, o estudante verifica que a equação é satisfeita já que 8 + 5 = 13. Portanto, através da <u>*técnica de testar a igualdade*</u>, o aluno conseguiu resolver a equação.

Através das análises podemos inferir que foi a <u>*técnica de transpor termos ou coeficientes*</u> foi a mais utilizada no geral.

5.2 ERROS MAIS FREQUENTES

Também foi nosso objetivo identificar os tipos de erros mais comuns cometidos pelos participantes da pesquisa. Para essa análise adotamos, como categorias de análises, as propostas por Ponte, Branco e Matos (2008). O quadro 6 abaixo retrata a quantidade e o tipo de erros cometidas pelos alunos em cada questão proposta.

Quadro 6: Tipos de Erros cometidos pelos alunos

Questão	**Equações**	**TE1**	**TE2**	**TE3**	**TE4**	**TE5**
1	**X + 5 = 13**	11 alunos	11 alunos	-	-	-
2	**2X + 4 = 12**	4 alunos	16 alunos	-	1 alunos	5 alunos
3	**8 + X = 13**	7 alunos	13 alunos	-	2 alunos	-
4	**3 + 4X = 19**	7 alunos	18 alunos	-	-	
5	**27 = 3X + 6**	4 alunos	14 alunos	-	2 alunos	5 alunos
6	**17 = 5X + 2**	8 alunos	11 alunos	-	3 alunos	-
7	**20 = 7 + X**	16 alunos	5 alunos	-	-	2 alunos
8	**18 = 4 + 2X**	8 alunos	13 alunos	-	1 aluno	2 alunos
9	**3X + 9 = 0**	7 alunos	14 alunos	-	3 alunos	1 alunos
10	**4X = 12**	-	8 alunos	-	-	5 alunos
	Total	72	123	-	12	20

Fonte: Dados da pesquisa

Legenda: TE1: Adição incorreta de termos semelhantes; TE2: Adição incorreta de termos não semelhantes e interpretação incorreta dos sinais; TE3: Interpretação incorreta de monômios do 1º grau; TE4: Separação entre parte literal e a parte numérica numa expressão algébrica; TE5: Resolução incorreta de uma equação do tipo aX = b.

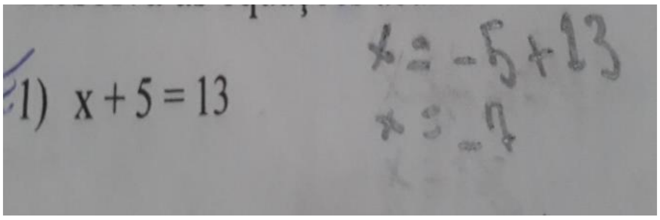
É possível verificar que, segundo a quadro 5 disposto acima, os tipos de erros mais comuns estão concentrados no TE1: *adição incorreta de termos semelhantes;* e no TE2: adição *incorreta de termos não semelhantes e interpretação incorreta dos sinais*. Apesar de a separação da parte literal e aritmética e resolução de uma equação do tipo aX = b, também apareceram.

Outro dado que podemos observar a partir do quadro 6 é que o TE3: *Interpretação incorreta de monômios do primeiro grau em expressões algébricas*, foi o único tipo de erro que não apareceu na pesquisa.

Isto pode acontecer devido a vários fatores. Os alunos podem desconhecer as técnicas que apresentaram menos frequência, ou entender que elas dificultam o processo para resolver uma equação do 1º grau, por exemplo. Além disso, podem ter medo de aplicar determinada técnica por não utilizarem com tanta frequência.

No entanto, discentes cometeram erros relacionados a operações básicas, como subtrair de forma errada e não conseguir efetuar o jogo dos sinais, apesar de estarem no 9º ano do ensino fundamental. Vejamos o erro no exemplo da figura 1 abaixo, em relação à primeira equação.

Figura 5: Exemplo do TE1

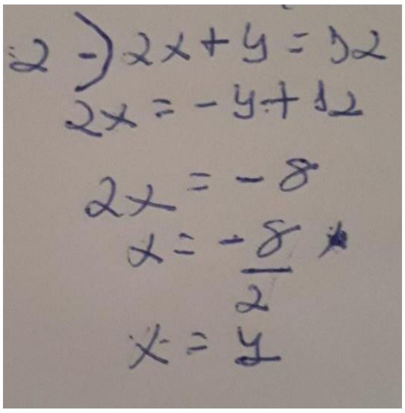


Fonte: Dados da pesquisa

O exemplo da figura 5 retrata a adição incorreta de termos semelhantes. Notamos que o aluno consegue utilizar a *técnica de transpor termos ou coeficientes,* já que efetua a operação inversa à adição (X = - 5 + 13). No entanto, ele adiciona os termos semelhantes de maneira incorreta - 5 + 13 = - 7 ao invés - 5 + 13 = 8.

Assim como na questão acima, a equação 2 apresentou erros por ser uma questão que traz o coeficiente que acompanha a variável X diferente de 1. O subtipo que estamos falando é 2X + 4 = 12, em que o monômio 2X apresenta o coeficiente 2 multiplicando a variável "X", diferente da equação x + 5 = 13. Observe a solução apresentada pelo aluno a seguir.

Figura 6: Exemplo TE1



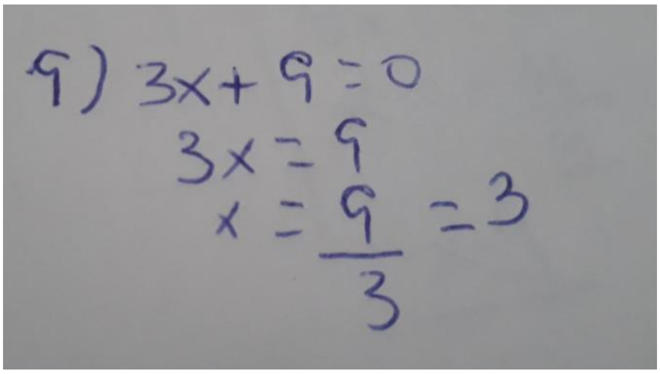
Fonte: Dados da pesquisa

O erro mais comum quando se trata desse subtipo, segundo a pesquisa, é o jogo de sinais. No exemplo da figura 6 acima é possível observar esse tipo de erro. Na resposta o aluno realiza, de forma correta, o primeiro passo para resolver a equação, ou seja, se vale da operação inversa, subtraindo 4 de 12. Porém, no segundo passo, ao que tudo indica, o aluno parece se valer da regra da multiplicação de números inteiros, pois realiza a operação "-4 + 12" de forma correta, chegando ao 8, mas parece discutir os sinais, pois a resposta final dada por ele nessa operação é "-8".

Já ao dividir "-8" por 2, no passo seguinte, o aluno despreza o sinal de negativo do 8 e chega a resposta correta da equação, ou seja, ao 4.

É possível observar no exemplo da figura 7 a seguir outro tipo de erro 2 relacionado à interpretação incorreta dos sinais.

Figura 7: Exemplo do TE2



Fonte: Dados da pesquisa

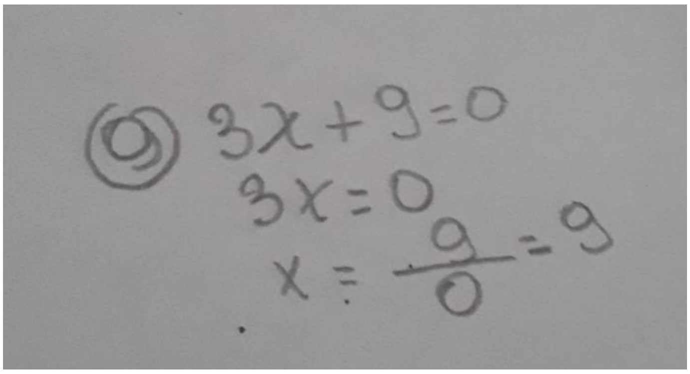
O aluno consegue efetuar o cálculo, porém de maneira errada. Observe que ele utiliza a *técnica de transpor termos ou coeficientes*, no entanto na primeira parte da solução efetua de maneira incorreta, ou seja, ele faz o seguinte movimento X = 9 ao invés de 3X = -9.

Já na segunda parte da solução o estudante consegue usar a*Técnica de transposição de termos ou coeficientes* corretamente, chegando em X = 9/3, e depois de realizar a divisão, chega por fim em X= 3.

É possível perceber, ao que tudo indica, que esse aluno, na primeira etapa de sua solução, não conseguiu compreender a ideia de transpor os termos da equação levando em consideração a operação inversa, impossibilitando o cálculo correto. Por outro lado, o aluno consegue fazer a inversão da operação de divisão corretamente, transformando o que era multiplicação, na divisão, encontrando o X = 3.

Em relação a equação 9 proposta no teste, foi possível verificar o tipo de erro 5, ou seja, resolução incorreta de uma equação do tipo aX = b, como podemos observar no exemplo da figura 8.

Figura 8: Exemplo TE5



Fonte: Dados da pesquisa

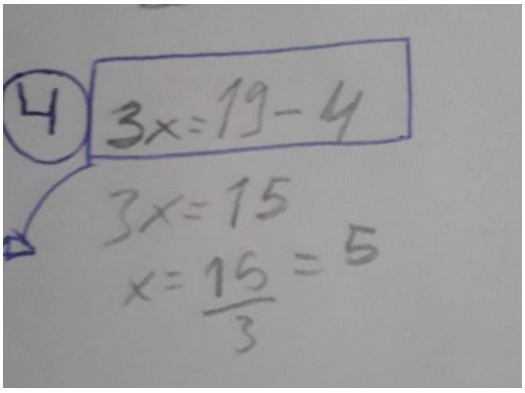
Inicialmente o discente faz 3X = 0, e, posteriormente ele adota a técnica transpor termos ou coeficiente, porém de forma errada, pois ao invés de chegar na equação 3X = - 9, ele chega na equação X = 9/0. Em seguida ele cometeu outro erro, agora de operação, pois ao dividir 9 por 0, encontrou X = 9.

Isto pode mostrar que o mesmo não tinha o conhecimento de que não existe qualquer número dividido por 0, mas o zero que é divisível por qualquer número e que ao calcularmos encontramos 0 como resultado.

Partindo, agora, para as outras questões que verificamos mais erros, temos as questões 4 e 5. A equação 4 foi abordado o subtipo de equação 3 + 4X = 19, e acreditamos que pelo simples fato de a equação não estar na ordem comum (4X + 3 = 19), os alunos já iniciam a resolução se confundindo.

A seguir, na figura 9, temos um exemplo em que o aluno comete o TE2.

Figura 9: Exemplo do TE2



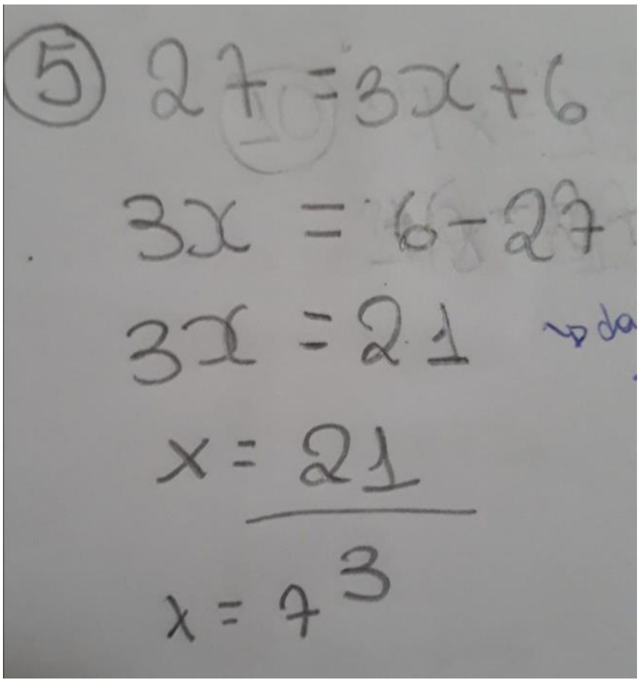
Fonte: Dados da pesquisa

Nesse exemplo o estudante confundiu os coeficientes da equação, ao invés de calcular 3 + 4X = 19, calculou 3X = 19 – 4. No entanto, não sabemos se foi sem intenção ou se ele teve uma lógica própria. O interessante foi que esse erro se repetiu em várias resoluções e não apenas da mesma turma, mas também em turmas diferentes. Exceto a “confusão” em relação aos coeficientes, o aluno efetuou todas as etapas de forma correta.

No subtipo de equação (5) 27 = 3X + 6, observemos que a questão é bem semelhante à analisada anteriormente, no entanto trocamos os membros da equação, ou seja, o “X” está no segundo membro e não no primeiro como é esperado (expectativa) pelo aluno. Ao analisarmos as respostas dos alunos, percebemos que eles, geralmente, erraram as questões que apresentam o “X” no segundo membro da equação, isso porque estão acostumados, possivelmente, a lidarem com questões em sua “forma original”, ou seja, aX + b = c e não trabalham suas variações.

Dos 25 estudantes que erraram a 5ª questão, 14 cometeram o erro relacionados a sinais, como veremos abaixo.

Figura 10: Exemplo do TE2



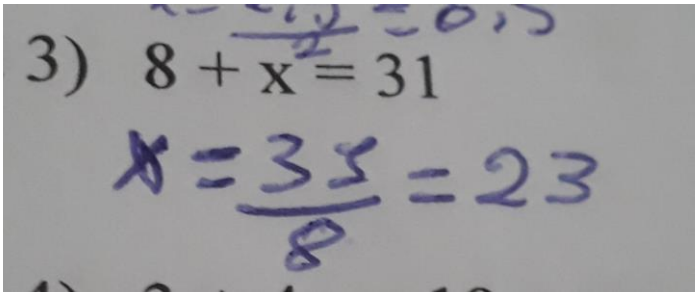
Fonte: Dados da pesquisa

Podemos verificar que o aluno fez a *adição incorreta de termos não semelhantes e interpretação incorreta dos sinais* (TE2), citado anteriormente no nosso texto.

Observemos que o aluno consegue utilizar a *técnica de transposição de termos ou coeficientes*, no entanto não a faz completa, uma vez que ele, na primeira etapa da solução, chega na equação 3X = 6 - 27, ou seja, o 27 e transposto do primeiro para o segundo membro com a operação inversa, porém, o 3X, que foi transposto do segundo para o primeiro membro não levou em consideração a operação inversa.

Analisaremos, agora a questão 3. O subtipo trabalhado nesta, foi a equação 8 + X = 31, facilmente resolvida pelas técnicas que estudamos neste trabalho, principalmente por tentativa e erro, atribuindo valores para "X" de modo que conseguíssemos encontrar um valor que somado a 8 dê 31, esse valor era X = 23. Ou se valendo da técnica transpor termos, em que o 8 passaria para o segundo membro com a operação inversa. Vamos observar, inicialmente, o tipo de erro mais comum cometido nessa equação.

Figura 11: TE2



Fonte: Dados da pesquisa

Percebemos que há uma confusão em relação a compreensão de operações, uma vez que ao invés de ter uma subtração, já que deveria ser somado o simétrico em ambos os lados, tivemos uma divisão, ou seja, em vez de ter 31 - 8, o aluno coloca 31/8.

Nesta equação, observamos que 8 dos discentes utilizam a interpretação incorreta dos sinais, errando a *técnica de transpor termos ou coeficientes*. Ao invés de passar o número 8 subtraindo, o estudante passou dividindo. Porém, na resposta final, ele chega no valor que seria a subtração de 31 por 8, ou seja, na resposta correta da equação. Para entender o que esse aluno estaria a pensar nesse momento, teríamos, talvez, que realizar uma entrevista, o que não foi possível nesta pesquisa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Estudamos vários tipos de erros diferentes e encontramos em nossa pesquisa muitos que se repetiam, como visto nos resultados. Considerando que os alunos participaram de uma pesquisa que deveria ser feita com a turma do 7º ano, uma vez que o conteúdo de equações do 2º grau é o programático para os alunos do 9º, mas não o de equação do primeiro grau, conseguimos encontrar uma grande dificuldade relacionada a conceitos básicos de equação de grau 1.

Além disso, os estudantes apresentam erros básicos relacionados a soma de simétricos em equações, jogo de sinais e operações elementares (adição, subtração, divisão e multiplicação). Competências que poderiam ser desenvolvidas em séries anteriores.

Analisando os resultados percebemos que grande parte dos alunos que participaram da pesquisa, consideram apenas a questão aritmética, o cálculo, sem considerar o significado de uma expressão algébrica (estamos em busca de um valor desconhecido, que satisfaça a equação de modo que venha a ser solução do nosso problema). A ideia do equilíbrio, da balança que trabalhamos pode não ter sido compreendida de forma correta.

Em suma, a pesquisa foi satisfatória no que diz respeito ao cumprimento do objetivo inicial, apesar do quantitativo de alunos pesquisados ter sido reduzido, conseguimos identificar quais erros e técnicas mais recorrentes.

Através das estatísticas pudemos verificar quais os subtipos de equações possuem mais erros e quais as técnicas que foram mais utilizadas por esses alunos, obtendo não só um resultado geral, mas também por questões. Os tipos de equações que os alunos tiveram mais dificuldades foram (9) $3X + 9 = 0$, que somando erros com os alunos que não responderam obtivemos um total de 39 respostas. Seguida pelas equações (8) $18 = 4 + 2X$ e (5) $27 = 3X$ com 24 e 25 respostas incorretas, respectivamente.

Por fim, acreditamos que para entender melhor o que os alunos estavam pensando quando cometiam determinados erros, seria interessante uma pesquisa mais profunda, em que fosse possível, por exemplo, a realização de entrevistas, com o objetivo de compreender melhor as dificuldades dos alunos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBOSA, E. J. T.; LINS, A. F. **Equações polinomiais do primeiro grau em livros didáticos: organizações matemática e didática.** São Paulo, v. 15 – 2013. Acesso em: 20/11/2019.

BARBOSA, E. J. T; LIMA, A. P. A. B. **Equações do primeiro grau: organizações matemática e didática entre duas coleções didáticas.** Chiapas, México – 2015. Acesso em: 29/11/2019. Disponível em : http://xiv.ciaem-redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/742/319

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Ministério da Educação (2017). Acesso em: 09/12/2019. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ministério da Educação. Brasília (1997). Acesso em: 12/12/2019. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf

FREITAS, M. A. **Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio**. São Paulo, São Paulo – 2002. p. 10 .Disponível em : http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Dissertacao_Freitas.pdf . p.10

HOUSE, P. A. **Reformular a álgebra da escola média: por que e como?** As ideias da Álgebra. Tradução: Hygino, H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995, p. 1-8.

MACCARI, M. Z. **Álgebra na Sala de Aula: Produzindo Significados 7aos Diversos Usos das Variáveis e Incógnitas**. 2007. Acesso em: 03/12/2019. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2007_unioeste_mat_artigo_mariza_zanini_maccari.pdf

OLIVEIRA, C. G; REZENDE, V. Os desafios da escola pública Paraense na perspectiva do professor PDE: **Um estudo da equação do primeiro grau e suas diferentes representações: resultados da intervencão realizada com alunos do 8º ano do ensino fundamental** V. 1 – Paraná, 2016.Acesso:18/11/2019. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unespar-campomourao_cacildagaioladeoliveira.pdf

PONTE, J. P; BRANCO, N; MATOS, A. **O simbolismo e o desenvolvimento do pensamento algébrico.** 2008 Acesso: 26/11/2019.

Secretaria do Estado de Pernambuco. **Currículo de Matemática para o Ensino Fundamental com base nos parâmetros curriculares de Pernambuco.** Acesso em: 10/12/2019. Disponível em: http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/750/curriculo_matematica_ef.pdf

SILVA, A. A; COSTA, G. M. P. **Equações do primeiro grau: Uma proposta de aula baseada na análise de livros**. Rio de Janeiro, Rio de Janeiro – 2014. Acesso em: 28/11/2019. Disponível em: https://impa.br/wp-content/uploads/2016/12/alexandre_azevedo.pdf

ANEXOS

1. ATIVIDADE UTILIZADA NA PESQUISA

Questionário

Resolva as equações abaixo:

1) $x + 5 = 13$

2) $2x + 4 = 12$

3) $8 + x = 31$

4) $3 + 4x = 19$

5) $27 = 3x + 6$

6) $17 = 5x + 2$

7) $20 = 7 + x$

8) $18 = 4 + 2x$

9) $3x + 9 = 0$

10) $4x = 12$

2. TABELA DE ERROS/ACERTOS/NÃO RESPONDERAM

Questões	**Acertos**	**Erros**	**Não responderam**
1	25	22	3
2	27	20	3
3	24	22	4
4	23	25	2
5	20	25	5
6	21	22	7
7	19	23	8
8	18	24	8
9	11	25	14
10	27	13	10
Total	215	221	64