



Universidade Federal Rural de Pernambuco
Unidade Acadêmica do Cabo de Santo Agostinho
Campus das Engenharias

Marcelo Costa Montenegro

Controle de Sistemas Dinâmicos Não Lineares Via Linearização por Realimentação Com Compensação Fuzzy de Incertezas

Brasil
Julho de 2019

Marcelo Costa Montenegro

Controle de Sistemas Dinâmicos Não Lineares Via Linearização por Realimentação Com Compensação Fuzzy de Incertezas

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Unidade Acadêmica do Cabo de Santo Agos-
tinho como requisito parcial para conclusão
do Bacharelado em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Philippe Eduardo de Medeiros

Brasil

Julho de 2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE
Biblioteca Esmeraldina Pereira da Silva, Cabo de Santo Agostinho-PE, Brasil

M777c Montenegro, Marcelo Costa

Controle de sistemas dinâmicos não lineares via linearização por realimentação com compensação Fuzzy de incertezas / Marcelo Montenegro Costa. – 2019.

47 f.: il.

Orientador: Philippe Eduardo de Medeiros

Coorientador: Weliton Soares Martins

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Unidade Acadêmica do Cabo de Santo Agostinho, Cabo de Santo Agostinho, BR- PE, 2019.

Inclui referências

1. Sistema não linear 2. Linearização por realimentação 3. Lógica Fuzzy I. Medeiros, Philippe Eduardo de orient. II. Martins, Weliton Soares coorient. III Título.

CDD 620

Marcelo Costa Montenegro

Controle de Sistemas Dinâmicos Não Lineares Via Linearização por Realimentação Com Compensação Fuzzy de Incertezas

Trabalho aprovado. Brasil, julho de 2019:

Prof. Philippe Eduardo de Medeiros
Orientador - Universidade Federal Rural de
Pernambuco

Prof. Weliton Soares Martins
Coorientador - Universidade Federal Rural
de Pernambuco

**Prof. João Gutemberg Barbosa de
Farias Filho**
Convidado 2 - Universidade Federal Rural de
Pernambuco

Prof. Reinel Beltran Aguedo
Convidado 3 - Universidade Federal Rural de
Pernambuco

Brasil
Julho de 2019

Dedico esse trabalho primeiramente a Deus por ser o meu modelo e guia em todos os momentos e aos meus familiares e minha namorada por fornecer a base para que eu pudesse concluir esse meu ciclo de vida.

Agradecimentos

Agradeço aos meus familiares, por me incentivar nos estudos desde o princípio e me fornecer a possibilidade de concluir minha graduação.

Agradeço a Beatriz dos Santos Maia pelo apoio a todo momento, sendo essencial para conclusão deste curso.

Ao prof. Philippe Eduardo de Medeiros que me forneceu a possibilidade de elaboração desse trabalho e por toda sua ajuda em sua elaboração desde o início, com grande dedicação.

Ao prof. Weliton Soares Martins que me auxiliou na elaboração desse trabalho e por toda ajuda ao longo da graduação, principalmente com seu conhecimento no desenvolvimento experimental de sistemas.

A todos os meus amigos que fiz ao longo deste curso, que foram essenciais do início ao fim, principalmente nos estudos e também no compartilhamento de experiências.

A Universidade Federal Rural de Pernambuco que me forneceu oportunidade de me tornar um profissional em engenharia.

*“Não vos amoldeis às estruturas deste mundo,
mas transformai-vos pela renovação da mente,
a fim de distinguir qual é a vontade de Deus:
o que é bom, o que Lhe é agradável, o que é perfeito.
(Bíblia Sagrada, Romanos 12, 2)*

Resumo

Com o avanço da tecnologia, e consequentemente da computação, os métodos de controle não lineares estão se desenvolvendo cada vez mais no meio científico, promovendo uma sólida base teórica e experimental nesta área. O objetivo deste trabalho consiste na aplicação da técnica de controle não linear *Feedback Linearization* (Linearização por Realimentação) para o controle de sistemas dinâmicos não lineares. Como essa técnica possui uma grande limitação, que é a necessidade do conhecimento preciso dos parâmetros e da dinâmica da planta a ser controlado, foi desenvolvido um compensador *fuzzy* para fornecer um esforço adicional de controle de modo a compensar todas as incertezas presente no sistema. O compensador *fuzzy* se destaca pelo fato de não ser necessário um conhecimento prévio do modelo do sistema. Além do desenvolvimento teórico de técnica *Feedback Linearization* e do compensador *fuzzy*, um controlador linear do tipo PID será utilizado para fins de comparação com as técnicas não lineares abordadas. Para comprovar a eficácia da técnica apresentada, ela será aplicada no problema de controle de posição de um sistema *seesaw propeller*, que de maneira simplificada, possui uma certa analogia com um dos graus de liberdade de um veículo aéreo não tripulado. Simulações numéricas e resultados experimentais serão apresentados para mostrar as performances dos controladores abordados no presente trabalho.

Palavras-chave: Linearização por realimentação. Sistemas não lineares. Lógica *Fuzzy*. Sistema *seesaw propeller*.

Abstract

Through the advancement of technology, and consequently of computation, non-linear control methods are developing more and more in the scientific environment, promoting a solid theoretical and experimental basis in this area. The objective of this work is the application of the technique of nonlinear control linearization by feedback linearization for the control of nonlinear dynamic systems. Since this technique has a great limitation, which is the need for precise knowledge of the parameters and the dynamics of the plant to be controlled, a fuzzy compensator has been developed to provide an additional control effort in order to compensate for all the uncertainties present in the system. The fuzzy compensator stands out because it does not require prior knowledge of the system model. In addition to the theoretical development of the Feedback Linearization technique and the fuzzy compensator, a linear controller of the PID type will be used for comparison purposes with the non-linear techniques discussed. To prove the effectiveness of the technique presented, it will be applied to the position control problem of a seesaw propeller system, which in a simplified way has a certain analogy with one of the degrees of freedom of an unmanned aerial vehicle. Numerical simulations and experimental results will be presented to show the performances of the controllers addressed in the present work.

Keywords: *Feedback Linearization*. Non linear systems. *Fuzzy logic*. *Seesaw propeller system*.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Diagrama de blocos de uma malha de controle aberta.	17
Figura 2 – Diagrama de blocos de uma malha de controle fechada.	17
Figura 3 – Sistema de malha fechada com controlador PID.	18
Figura 4 – Performance do PID como técnica de controle para o oscilador de Van der Pol.	20
Figura 5 – Diagrama de bloco de sistema de malha fechada com introdução da Linearização por realimentação.	22
Figura 6 – Performance da técnica de linearização por realimentação no controle do oscilador de Van der Pol.	24
Figura 7 – Performance da técnica de linearização por realimentação no controle do oscilador de Van der Pol com incertezas.	25
Figura 8 – Conjunto convencional e um conjunto difuso.	26
Figura 9 – Diagrama de blocos de um controlador <i>fuzzy</i>	27
Figura 10 – Funções de pertinência	28
Figura 11 – Diagrama de blocos do controlador FBL + FL	29
Figura 12 – Performance da técnica de linearização por realimentação com adição do compensador <i>fuzzy</i> no controle do oscilador de Van der Pol com incerteza nos parâmetros.	31
Figura 13 – Representação esquemática do sistema <i>Seesaw Propeller</i>	33
Figura 14 – Performance do PID como técnica de controle para o sistema <i>Seesaw Propeller</i>	34
Figura 15 – Performance da técnica de linearização por realimentação no controle do Sistema.	35
Figura 16 – Performance da técnica de linearização por realimentação no controle do Sistema com incertezas.	36
Figura 17 – Performance da técnica de linearização por realimentação com um compensador <i>Fuzzy</i> no controle do Sistema com incertezas.	38
Figura 18 – Sistema <i>Seesaw Propeller</i> experimental e seus componentes.	40
Figura 19 – Estrutura do <i>Software</i> LabVIEW para o controlador PID	41
Figura 20 – Estrutura do <i>Software</i> LabVIEW para o controlador por <i>Feedback Linearization</i> com compensação <i>Fuzzy</i>	41
Figura 21 – Experimento do sistema com o controlador PID.	43
Figura 22 – Experimento do sistema com o <i>Feedback Linearization</i>	44
Figura 23 – Experimento do sistema via linearização por realimentação com compensação <i>fuzzy</i>	44

Lista de abreviaturas e siglas

PID	Controlador Proporcional Integral Derivativo
CFL	<i>Classic Feedback Linearization</i>
FLC	<i>Fuzzy Logic Control</i>
TSK	Método Takagi-Sugeno-Kang
FZ	<i>Fuzzy Logic</i>
FBL	<i>Feedback Linearization</i>

Lista de símbolos

λ	Variável do controlador via linearização po realimentação
$\in$	Pertence - Conjuntos matemáticos
K_p	Constante proporcional - Constante do controlador PID
K_i	Constante integrativa - Constante do controlador PID
K_d	Constante derivativa - Constante do controlador PID
μ	Variável do oscilador de Van der Pol
θ	Variável de posição angular do sistema
ω	Variável de velocidade angular do sistema
e	Número de Euler

Sumário

1	Introdução	13
1.1	Objetivos	14
1.1.1	Objetivo Geral	14
1.1.2	Objetivos Específicos	14
1.2	Estrutura do Trabalho	15
2	Sistemas de controle	17
2.1	Controle PID	18
2.1.1	Exemplo: Controle PID do Oscilador de Van der Pol	19
2.2	Linearização por Realimentação	21
2.2.1	Exemplo: Controle do Oscilador de Van der Pol via Linearização por Realimentação	23
2.3	Lógica <i>Fuzzy</i>	25
2.4	Compensador <i>Fuzzy</i>	26
2.4.1	Linearização por Realimentação com Compensação Difusa	29
2.4.2	Exemplo: Controle do oscilador de Van der Pol via linearização por realimentação com o compensador <i>fuzzy</i>	30
3	Controle do Sistema <i>Seesaw Propeller</i>	32
3.1	Equação matemática aproximada do sistema	32
3.2	Aplicação do PID na Planta	33
3.3	Aplicação do <i>Feedback Linearization</i> na Planta.	34
3.4	Aplicação da linearização por realimentação com Compensação <i>Fuzzy</i> na Planta	37
4	Sistema <i>Seesaw Propeller</i> Experimental	39
4.1	Sistema Físico	39
4.2	Interface do Controlador e Aquisição de Dados	40
4.3	Controlador PID Aplicado ao Sistema	42
4.4	Controlador <i>Feedback Linearization</i> Aplicado ao Sistema	43
4.5	Controlador via linearização por realimentação com compensação <i>fuzzy</i>	44
5	Conclusão	46
	Referências	47

1 Introdução

Os controladores lineares, principalmente o PID, têm sido bastante utilizados na indústria. Esse tipo de controlador já está muito bem consolidado no meio acadêmico e industrial, trazendo bons resultados ao longo de anos. Porém, surge uma pergunta, por que os controladores não lineares vêm ganhando tanta força no meio científico e seu uso vem sendo utilizado nas mais diversas áreas como aeronáutica, robótica, controle de processos, engenharia automotiva, biomédica, entre outras? A resposta é que a maioria dos problemas de engenharia possui características não lineares. Como essa tecnologia pode ser implementada com maior eficiência no controle de sistemas não lineares, de uma forma economicamente mais barata, ela ganha muita força em detrimento dos controladores lineares convencionais (SLOTINE; LI et al., 1991).

Dependente do avanço da tecnologia computacional, o controle não linear foi acompanhado pelo seu desenvolvimento. Quanto mais a tecnologia computacional e eletrônica se desenvolveram, mais esse tipo de controle foi beneficiado. Aliado a isso, os métodos não lineares vêm se solidificando teoricamente cada vez mais. Observa-se um crescente uso de técnicas como Linearização por Realimentação (*Feedback Linearization*) que será utilizada no presente trabalho, controle por modos deslizantes (*Sliding Mode Control*) e técnicas não lineares de controle adaptativo nos trabalhos acadêmicos e científicos.

As razões para uso dos controladores não lineares são inúmeras e algumas serão listadas a seguir:

1. Primeiramente, uma consideração muito importante do controle linear, é que a operação precisa ter uma pequena faixa de operação para o controlador apresentar bons resultados. Com grandes faixas de operação, as não linearidades do sistema muitas vezes não podem ser adequadamente compensadas, prejudicando o controle do sistema.
2. Outra possibilidade de utilização do controlador linear, está na linearização do sistema, porém existem sistemas que possuem as chamadas "não linearidades fortes", que não podem ser linearizadas pelo seu comportamento descontínuo. Esses tipos de não linearidades incluem fricção, saturação, zonas mortas, *backlash* e histerese de Coulomb. Elas estão muito presentes na engenharia de controle.
3. Ao projetar os controladores lineares, existe uma limitação que é a necessidade de assumir que os parâmetros do modelo sejam bem conhecidos, mas acontece que muitos sistemas carregam incertezas nos parâmetros, e com isso o controle linear pode apresentar uma degradação ou mesmo instabilidade. Existem duas classes

de controladores não lineares que contornam muito bem esse tipo de problema, os controladores robustos e os adaptativos.

4. Aliado a este último item analisado, uma desvantagem do controlador linear é que pela sua necessidade dos parâmetros do sistema serem muito bem conhecidos, seus sensores e atuadores precisam ser muito precisos, eles precisam apresentar uma linearidade em todo seu regime de trabalho e com isso o custo aumenta. Um controlador não linear pode trazer o mesmo desempenho no controle, ou melhor, sem a necessidade de alta precisão.

Trabalhos com sistemas que possuem controle via linearização por realimentação com um compensador *fuzzy* podem ser facilmente encontrados na literatura. O primeiro utiliza uma lógica já bem consolidada no meio científico, e o segundo possui uma relativa facilidade na sua implementação, e a vantagem de possuir uma ótima performance em problemas imprecisos e incertos. A limitação da linearização por realimentação que será abordada neste trabalho é a perda de eficiência quando o sistema possui incertezas nos seus parâmetros, com isso, o compensador *fuzzy* é utilizado para compensar essas incertezas e fornecer robustez ao controlador. Podemos observar o trabalho de Azevedo (2016) que aborda o controle de sistemas eletro-hidráulicos experimentalmente via linearização por realimentação com compensação *fuzzy* de incertezas. Os compensadores *fuzzy* desenvolvidos são proporcional ao erro, e proporcional ao erro e a sua derivada. Abordagem semelhante é utilizada no trabalho de Tanaka (2011), que apresentou resultados numéricos para o problema de controle de posição de sistemas eletro-hidráulicos. Silva et al. (2018) utilizou conceitos de linearização por realimentação e do controlador *fuzzy* evolutivo para superar as incertezas de parâmetros, e fornecer robustez aos sistemas que possuem controle por linearização por realimentação.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral do presente trabalho é aplicar a técnica de controle não linear de linearização por realimentação, junto com um sistema *fuzzy* de compensação de incertezas, no controle de trajetória de um sistema *seesaw propeller*.

1.1.2 Objetivos Específicos

O presente trabalho apresenta os seguintes objetivos específicos:

- Apresentar uma revisão bibliográfica sobre sistemas de controle, através do controlador PID e da abordagem de linearização por realimentação.

- Desenvolver um sistema *fuzzy* para compensação de incertezas no sistema.
- Aplicar as técnicas apresentadas na resolução de exemplos, como o do problema de controle do Oscilador de Van der Pol.
- Modelar matematicamente o sistema *seesaw propeller*, que consiste no problema a ser estudado no presente trabalho.
- Aplicar os controladores desenvolvidos no controle de posição do sistema *seesaw propeller*, e em seguida analisar as suas performances por meio de simulações numéricas e experimentos.

A proposta deste trabalho está em comparar o comportamento de alguns tipos de controladores e analisar seu grau de confiabilidade mediante a presença de parâmetros incertos no sistema. Além da técnica de controle não linear, um compensador *fuzzy* será desenvolvido para melhorar a performance do controlador, de modo a fornecer um rastreamento de trajetória com um menor erro possível, mesmo na presença de parâmetros incertos.

O controle de posição mostrado neste trabalho é de grande importância principalmente para veículos aéreos não tripulados. Como grande representante desta classe, destaca-se o drone. Os drones estão presentes em diversas atividades atualmente, tais como: transporte de mercadorias, controle de áreas, fotografias e filmagens de alta resolução e até para transporte de pessoas. Para os drones conseguirem voar, é necessário o controle da velocidade do motor que está acoplado com as hélices. A força obtida através da hélice é contrária a força da gravidade, e o controle da velocidade faz com que se obtenha um maior ou menor empuxo e a posição seja alcançada.

Do mesmo modo da hélice e motor presentes nos drones, está o sistema proposto por esse trabalho, porém ao invés de possuir quatro motores, ele apresenta apenas um. A proposta é testar alguns tipos de controladores para o sistema e analisar o rastreamento da trajetória desejada por meio de simulações numéricas e experimentos.

1.2 Estrutura do Trabalho

Este trabalho foi dividido em cinco capítulos, sendo este primeiro um apanhado geral sobre controle não linear e a importância dessa técnica para a engenharia de controle, além das suas vantagens em relação às técnicas de controle linear. Também foram abordadas as contribuições desse trabalho para a engenharia.

No capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre sistemas de controle, começando com a definição básica de sistemas de malha aberta e de malha fechada. Posteriormente, são apresentadas três técnicas de controle. Inicialmente temos a abordagem

teórica do PID e um exemplo ilustrativo da implementação no oscilador de Van der Pol. Em seguida, é abordada a técnica de controle de linearização por realimentação e sua aplicação também no oscilador. Uma avaliação importante será apresentada por meio da perda de performance devido a variação dos parâmetros do sistema. Por último, um compensador *fuzzy* será adicionado a técnica de linearização por realimentação e sua performance será avaliada com o mesmo exemplo.

No Capítulo 3 temos inicialmente uma descrição do sistema estudado, e a modelagem matemática do problema. Após a obtenção da equação, foram implementadas as três técnicas de controle apresentadas no Capítulo 2: PID, Linearização por Realimentação e Linearização por Realimentação com o compensador *Fuzzy*. Em seguida, simulações numéricas serão apresentadas.

No capítulo 4 é apresentado o uso do *software* LabVIEW para desenvolvimento de três tipos de controladores como foi feito nos capítulos anteriores, o PID, um controlador via linearização por realimentação clássico e numa mesma interface de trabalho foi adicionado um compensador *Fuzzy* com o objetivo de compensar as falhas por incertezas presente no sistema real e que prejudica o controlador anteriormente abordado.

No capítulo 5 temos as considerações finais e as conclusões, além de trazer sugestões de trabalho futuros.

2 Sistemas de controle

Um sistema de controle é um conjunto de dispositivos eletrônicos e/ou mecânicos que regula outros dispositivos ou sistemas por meio de malhas de controle. Os sistemas de controle compõem a parte central da indústria e da automação, e são usados principalmente para aumentar a produção, eficiência e segurança em muitas áreas, tais como: controle de processos industriais, controle de qualidade, robótica, estações de tratamento de águas e esgotos, entre outras. Existem dois tipos principais de malhas de controle: malhas abertas, que operam com entrada humana, e malhas fechadas, que são totalmente autônomas. Alguns *loops* podem ser alternados entre os modos fechado e aberto. Quando aberto, um *loop* é controlado manualmente e, quando fechado, é totalmente automatizado.

Segundo Ogata e Severo (1998) os chamados sistemas de controle de malha aberta são aqueles em que o sinal de saída não exerce nenhuma ação de controle no sistema. Isso quer dizer que, em um sistema de controle de malha aberta o sinal de saída não é realimentado para comparação com a entrada. Assim, cada entrada de referência corresponde a uma condição fixa de operação. Na presença de distúrbios o controle em malha aberta não vai executar a tarefa de maneira desejada. A figura (1) mostra a representação esquemática, através de um diagrama de blocos, de uma malha de controle aberta.

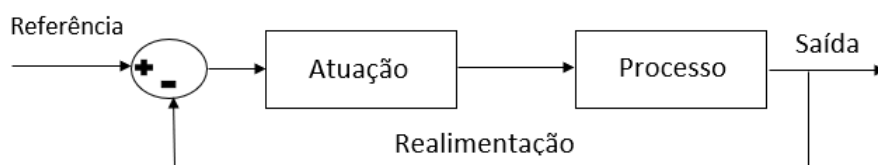
Figura 1 – Diagrama de blocos de uma malha de controle aberta.



Fonte: Autoria Própria.

Segundo Ogata e Severo (1998), em um sistema de controle de malha fechada, o sinal de erro atuante, que é a diferença entre o sinal de entrada e o sinal da realimentação (que pode ser o próprio sinal de saída ou uma função do sinal de saída), realimenta o controlador, de modo a minimizar o erro e acertar a saída do sistema ao valor desejado. A figura (2) mostra a representação esquemática, através de um diagrama de blocos, de uma malha de controle fechada.

Figura 2 – Diagrama de blocos de uma malha de controle fechada.



Fonte: Autoria Própria.

Os controladores não lineares utilizam-se de um conjunto de procedimentos que pretende fazer com que as variáveis de saída do sistema não linear se aproximem de uma determinada referência. Como acontece no domínio linear, o controle não linear utiliza-se da realimentação, quer da saída, quer do estado, para gerar um sinal de controle que vai atuar sobre o processo. A realimentação pode ser projetada não linear por dois motivos, para compensar as não linearidades presentes na dinâmica do modelo, ou para melhorar aspectos de controle (SILVA, 2006).

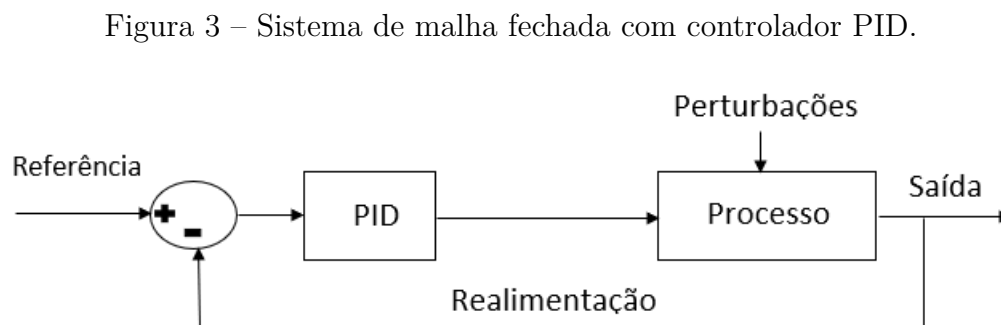
O controle não linear vem ganhando cada vez mais espaço no meio científico, pois consegue superar algumas limitações do controle linear. Segundo Bessa (2005), suas vantagens podem ser listadas como:

- Apresentam ótimo desempenho em relação ao controle linear, que esse precisa trabalhar no seu intervalo de validade, em um domínio amplo de operação;
- Alguns tipos de não linearidades trazem um alto grau de dificuldade para sua linearização como por exemplo, atrito de coulomb, histerese, zona morta.

2.1 Controle PID

Pelos inúmeros trabalhos já publicados utilizando essa técnica, e pela sua grande utilização na indústria, essa abordagem de controle é a mais difundida nos meios acadêmico e industrial. Segundo Franklin, Powell e Emami-Naeini (2013), a estrutura do controlador proporcional-integral-derivativo (PID) é quase universal. Esta técnica é composta por um termo proporcional ao erro, para fechar a malha de realimentação, um termo integral para eliminar erro de regime permanente devido às perturbações externas, e um termo derivativo para melhorar resposta dinâmica do sistema.

O funcionamento do controlador é baseado no erro do sistema. O controlador compara o valor do erro medido através da saída do sistema e do valor do *set-point*, e tenta minimizar esse erro através de uma ação de controle proveniente do controlador. A figura (3) mostra o diagrama de blocos de um sistema de controle com controlador PID.



Fonte: Autoria Própria.

Cada termo do PID produz uma ação de controle no sistema, como visto anteriormente. Cada termo será descrito de maneira detalhada na equação (2.1) a seguir. A equação no domínio do tempo para a saída do controlador PID é dada por (DORF; BISHOP, 1998):

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_t e(t) d\tau + K_d \dot{e}(t) \quad (2.1)$$

sendo $e(t)$ o erro do sistema, que é a entrada do controlador, $u(t)$ a sua saída, e K_p , K_i e K_d os parâmetros do controlador. Cada parâmetro do controlador possui uma determinada influência sobre a resposta do sistema, que pode ser vista a seguir:

- O termo proporcional ao erro K_p tem o papel de melhorar a resposta dinâmica do sistema. Segundo Ogata e Severo (1998) o controlador proporcional é essencialmente um amplificador com ganho ajustável.
- Quando temos um controlador puramente proporcional podemos observar um erro de *offset* ou erro residual em regime permanente, com isso é necessário agregar uma ação integrativa do erro, através do ganho K_i , que tem o papel de diminuir esse erro e convergir a saída para o valor desejado mais rapidamente.
- O terceiro termo do PID é a ação derivativa ao erro K_d . Possui o papel de suavizar a resposta e diminuir a sobrepassagem.

Com o intuito de melhor compreender a ação do controle PID, será mostrado a implementação dessa técnica de controle num sistema dinâmico não linear, o oscilador de Van der Pol.

2.1.1 Exemplo: Controle PID do Oscilador de Van der Pol

O oscilador de Van der Pol é um sistema que sua equação, assim como na equação do sistema estudado neste trabalho, é de segunda ordem e possui não linearidades. Esse sistema possui como característica a presença de oscilações de amplitude e períodos fixos. Esse comportamento recebe o nome de ciclo limite. A equação para o sistema oscilador de Van der Pol é dado por:

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x = 0 \quad (2.2)$$

sendo x o estado que representa a resposta do sistema e μ uma constante positiva.

O objetivo do controlador é fazer com que a trajetória x siga a trajetória desejada x_d . Adicionando uma ação de controle, a equação do sistema se torna:

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x = bu \quad (2.3)$$

sendo b uma constante positiva e u a lei de controle do controlador PID.

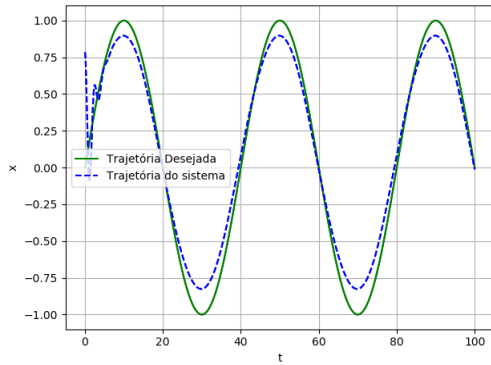
A variável do controlador será substituída pela equação do PID, a equação (2.1). O PID é um controlador vastamente utilizado como visto anteriormente, mas ele apresenta limitações. Então, iremos utilizar esse tipo de controlador para fins de comparação com uma técnica de controle não linear. A equação do sistema com o controlador pode ser reescrita como:

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x = b \left[K_p e(t) + K_i \int_t e(t) dt + K_d \dot{e}(t) \right] \quad (2.4)$$

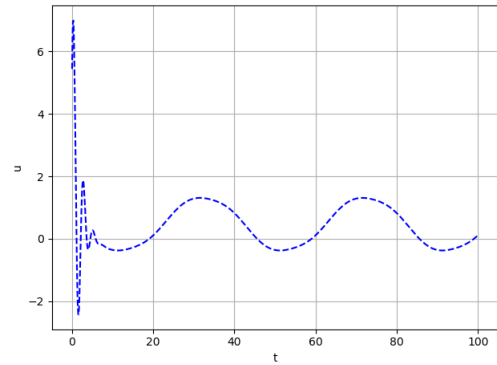
sendo o erro dado por $e(t) = x_d(t) - x(t)$.

Para analisar o desempenho do controlador, a equação (2.4) foi implementada computacionalmente na linguagem de programação Python. Para a solução numérica a equação (2.4) foi transformada em duas equações de primeira ordem e posteriormente solucionada pelo método numérico Runge-Kutta de 4ª ordem. Parâmetros adotados: $\mu = 2$, $b = 1$, e condição inicial $\mathbf{x}(0) = [x(0), \dot{x}(0)] = [\pi/4, 0]$. As constantes utilizadas no controlador foram: $K_p = 6$, $K_i = 1$, $K_d = 3,5$ e $x_d = \sin(\pi t/20)$. A seguir temos as simulações na figura (4).

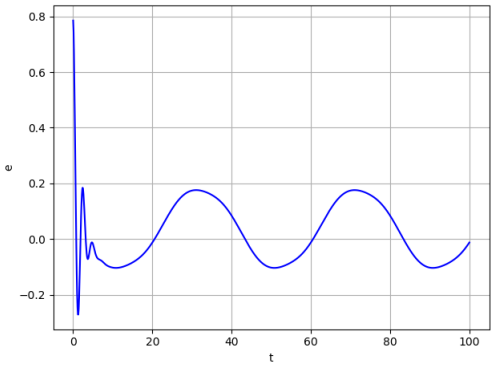
Figura 4 – Performance do PID como técnica de controle para o oscilador de Van der Pol.



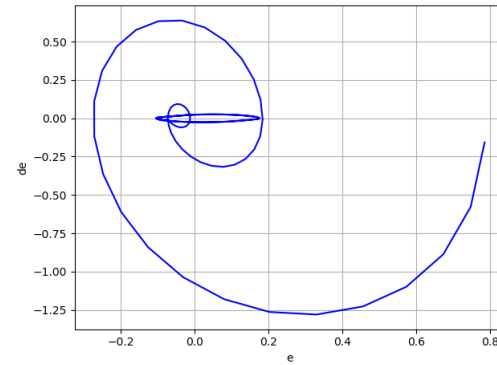
(a) Rastreamento da trajetória desejada.



(b) Esforço de controle.



(c) Erro em função do tempo.



(d) Espaço de fase do erro.

Fonte: Autoria própria

Com base na análise do rastreamento da trajetória do sistema, podemos observar que a curva não é perfeitamente ajustada ao longo do tempo e apresenta um considerável esforço de controle para o controlador poder operar mesmo com um rastreamento da trajetória ineficiente. Iremos introduzir um novo tipo de controlador capaz de linearizar a equação do oscilador através da realimentação, e analisaremos o comportamento do mesmo.

2.2 Linearização por Realimentação

Segundo Slotine, Li et al. (1991), a linearização por realimentação tem sido utilizada com sucesso para resolver alguns problemas práticos de controle. Estes problemas incluem controle de helicópteros, aeronaves de alto desempenho, robôs industriais e dispositivos biomédicos. Cada vez mais essa metodologia vem sendo aplicada para avanço do controle industrial.

Segundo Garces et al. (2012), conforme citado por Silva et al. (2018), o objetivo do CFL (*Classic Feedback Linearization*) é transformar algebricamente um sistema dinâmico não linear em um sistema dinâmico linear equivalente em malha fechada usando a realimentação estática dos estados. A ideia principal é fornecer um esforço de controle de modo a cancelar as não linearidades da planta, para que a dinâmica resultante em malha fechada do sistema fique linear.

Consideremos um sistema não linear e não autônomo de ordem n representado de forma geral pelas equações:

$$\begin{cases} y = x \\ x^n = f(\mathbf{x}, t) + b(\mathbf{x}, t)u(t) \end{cases} \quad (2.5)$$

onde $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^\top = [\dot{x}, \ddot{x}, \dots, x^{n-1}]^\top$ é o vetor com as variáveis de estado, x^n é a n -ésima derivada da variável de estado x , enquanto u e y são, respectivamente, as variáveis de entrada e saída do sistema, ainda temos o ganho b , que depende da variável de estado x e do tempo.

Considere agora o problema de rastreamento da trajetória $\mathbf{x}_d = [x_d, \dot{x}_d, \dots, x_d^{n-1}]^\top$, onde o objetivo do controlador é fazer com que $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_d$ à medida que $t \rightarrow \infty$, ou seja, que $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d = [\tilde{x}, \dot{\tilde{x}}, \dots, \tilde{x}^{n-1}]^\top \rightarrow \mathbf{0}$, sendo $\tilde{\mathbf{x}}$ o vetor erro de rastreamento do sistema. Com isso, tendo o vetor de estados $\mathbf{x}$ disponível para ser medido, as funções f e b conhecidas, e sendo b diferente de zero, a lei de controle para a técnica de linearização por realimentação pode ser definida como:

$$u = b^{-1}(-f + x_d^n - k_0\tilde{x} - k_1\dot{\tilde{x}} - \dots - k_{n-1}\tilde{x}^{n-1}) \quad (2.6)$$

Segundo Bessa (2005), essa lei garante $\tilde{x} \rightarrow \infty$ para $t \rightarrow \infty$, desde que os coeficiente k_i ($i = 0, 2, 3, \dots, n - 1$) façam do polinômio $p^n + k_{n-1}p^{n-1} + \dots + k_0$ um polinômio de Hurwitz. Um polinômio de Hurwitz tem como definição que seus coeficientes sejam números reais positivos e cujas raízes estão localizadas na metade esquerda do plano complexo, ou seja, a parte real de cada raiz é negativa. Com a substituição da equação da lei de controle (2.6) na equação do sistema dinâmico não linear (3.2), obtemos um sistema em malha fechada cuja dinâmica é dada por:

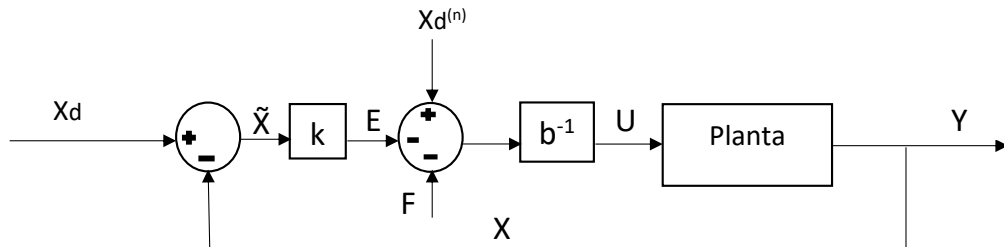
$$\tilde{x}^n + k_{n-1}\tilde{x}^{n-1} + \dots + k_1\dot{\tilde{x}} + k_0\tilde{x} = 0 \quad (2.7)$$

É possível observar que se o polinômio associado for o de Hurwitz, o sistema dinâmico torna-se estável e garante a convergência exponencial a zero. O polinômio de Hurwitz pode ser obtido a partir da equação característica associada à equação diferencial ordinária (EDO), sendo apresentado em função de $\tilde{\mathbf{x}}$ e do vetor $\mathbf{k}$, definido como $\mathbf{k} = [c_0\lambda^n, c_1\lambda^{n-1}, \dots, c_{n-1}\lambda]^\top$, onde λ é uma constante positiva. Os coeficientes c_i ($i = 0, 1, \dots, n - 1$) são obtidos através do seguinte binômio de Newton:

$$c_i = \binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} \quad (2.8)$$

Para um melhor entendimento da lei de controle (2.6), um diagrama de blocos utilizando essa técnica é apresentado na figura (5). O diagrama representa a realimentação com a formação da variável de erro mediante a comparação com o estado desejado. A formação no segundo somador representa a variáveis presentes na equação da lei de controle.

Figura 5 – Diagrama de bloco de sistema de malha fechada com introdução da Linearização por realimentação.



Fonte: Autoria própria.

A aplicação da técnica de linearização por realimentação será bem explorada com a implementação no exemplo dado anteriormente, no oscilador de van der pol, no qual foi implementado o PID.

2.2.1 Exemplo: Controle do Oscilador de Van der Pol via Linearização por Realimentação

Para aprofundamento na teoria de controle via linearização por realimentação, utilizaremos a equação (2.2) e (2.3) do oscilador de Van der Pol. Como no exemplo anterior, iremos ter como trajetória desejada para o oscilador a trajetória $x_d = \sin(\pi t/20)$. A lei de controle deve compensar as não linearidades do sistema, de modo a torná-lo linear em malha fechada. A lei de controle para esse sistema, de acordo com a equação (2.6), é dada por:

$$u(t) = b^{-1}[-\mu(1 - x^2)\dot{x} + x + (\ddot{x}_d - 2\lambda\dot{\tilde{x}} - \lambda^2\tilde{x})] \quad (2.9)$$

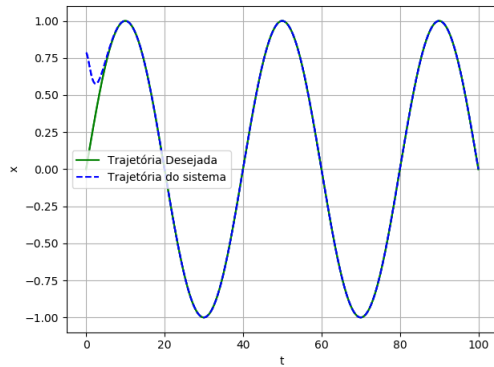
onde λ é uma constante positiva, e com isso, ao substituir a equação (2.9) na equação (2.3), o resultado é um sistema dinâmico linear em malha fechada, dado por:

$$\ddot{\tilde{x}} + 2\lambda\dot{\tilde{x}} + \lambda^2\tilde{x} = 0 \quad (2.10)$$

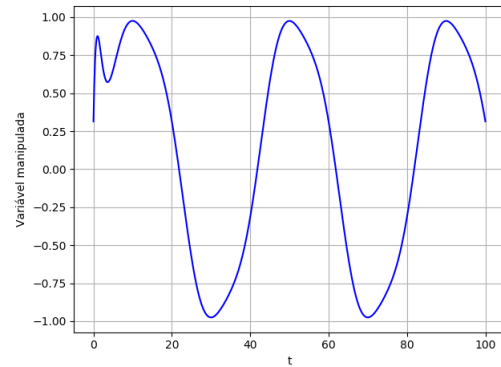
Observando a equação (2.10), vemos uma equação diferencial de segundo grau, onde sua solução característica é do tipo $\tilde{x} = c_1e^{-\lambda t} + c_2te^{-\lambda t}$. Com λ positivo, temos que $\tilde{x} \rightarrow 0$ exponencialmente quando $t \rightarrow \infty$.

De forma análoga a implementação feita para o modelo do oscilador controlado por PID, as equações (2.3) e (2.9) foram implementadas no Python. Para que fosse possível a solução da equação diferencial pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem, a equação de segunda ordem teve que ser representada em duas de primeira ordem, e as mesmas foram resolvidas simultaneamente. Parâmetros adotados: $\mu = 2$, $b = 1$, $\lambda = 1$ e condição inicial $\mathbf{x}(0) = [x(0), \dot{x}(0)] = [\pi/4, 0]$. A trajetória desejada adotada foi $x_d = \sin(\pi t/20)$. Com a devida preocupação em mostrar os gráficos importantes para o controle do sistema, foram analisados: o rastreamento da trajetória desejada na figura (6a), o esforço de controle na figura (6b), a variável de erro na figura (6c) e o espaço de fase do erro na (6d).

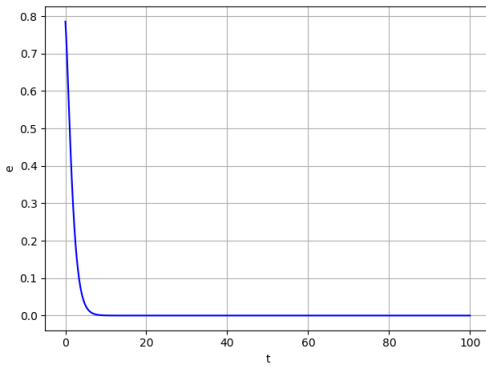
Figura 6 – Performance da técnica de linearização por realimentação no controle do oscilador de Van der Pol.



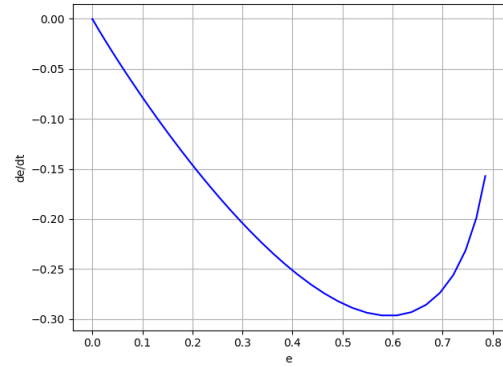
(a) Rastreamento da trajetória desejada.



(b) Esforço de controle.



(c) Erro em função do tempo.



(d) Espaço de fase do erro.

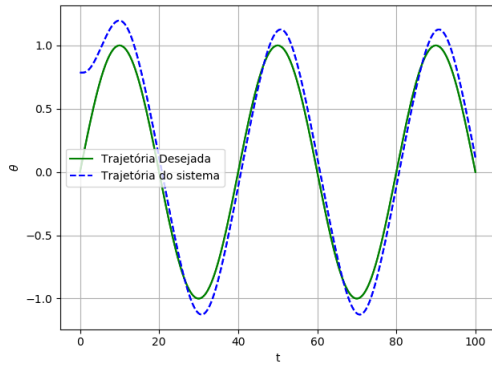
Fonte: Autoria própria

Podemos observar através dos gráficos da figura (6) da trajetória do oscilador, que em um período transiente de menos de 10 segundos, o oscilador segue perfeitamente a trajetória desejada. Essa precisão no rastreamento da trajetória é possível mediante o conhecimento perfeito das variáveis da dinâmica do sistema, mas nem sempre isso é possível. Existem sistemas impossíveis de prever todas as suas variáveis, causando a necessidade de uma adição de um compensador para esse tipo de problema. Nesse caso, o compensador fornece um esforço de controle adicional que compensa todas as incertezas presentes no sistema.

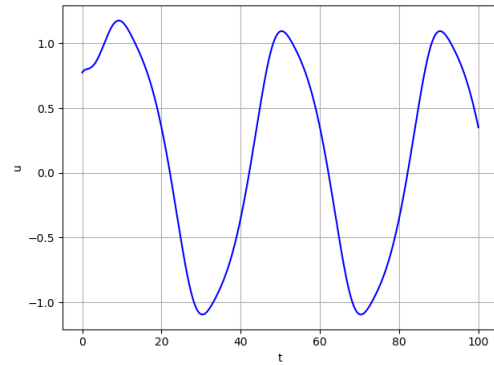
Como a linearização por realimentação não possui uma boa performance para sistemas com parâmetros incertos e/ou comportamentos dinâmicos não modelados, iremos adicionar uma incerteza de 5% na medição da variável x do oscilador e uma incerteza de igual valor para a variável $\dot{x}$, para observarmos a perda de rendimento da técnica quando se tem incertezas no sistema. Além das incertezas presentes nas medições, será adicionada uma incerteza paramétrica em μ . Então, foram assumidos os seguintes parâmetros no controlador: $\mu = 1,5$, $b = 1$ e $\lambda = 0,5$. Para uma melhor visualização da perda de performance do controlador quando se tem incertezas no sistema a ser controlado, será

mostrado o rastreamento da trajetória desejada, através da figura (7a), o esforço de controle na figura (7b), o erro do sistema na figura (7c) e o espaço de fase na figura (7d).

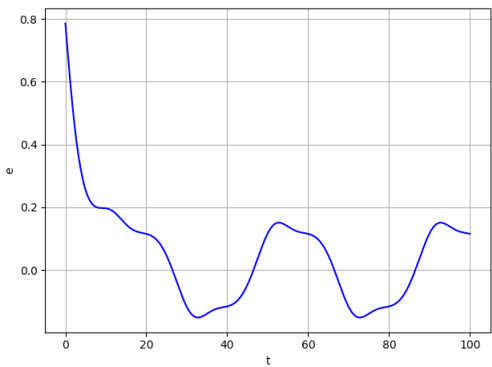
Figura 7 – Performance da técnica de linearização por realimentação no controle do oscilador de Van der Pol com incertezas.



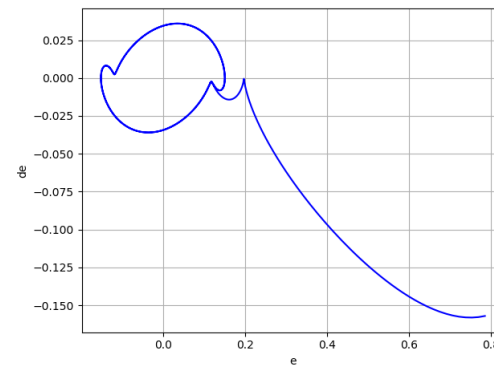
(a) Rastreamento da trajetória desejada.



(b) Esforço de controle.



(c) Erro em função do tempo.



(d) Espaço de fase do erro.

Fonte: Autoria própria

Com isso, podemos observar através da figura (7) que a limitação desta técnica de controle não linear é a necessidade de ter o conhecimento de todos os parâmetros do sistema com uma boa precisão, se não for possível, a performance do controlador fica defasada, e o controle não é satisfatório. Segundo Bessa (2005), em se tratando de sistemas dinâmicos não lineares incertos, é mais aconselhável que sejam adotadas estratégias de controle robusto e/ou adaptativo, para evitar perda de performance por parte do controlador e comportamentos indesejáveis do sistema controlado.

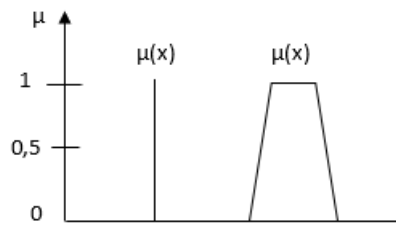
2.3 Lógica Fuzzy

A lógica *Fuzzy* é bastante utilizada para tratar de problemas onde não se tem um conceito muito bem estabelecido sobre eles, ou seja, trata de problemas vagos e/ou incertos. Esta lógica considera entre o verdadeiro e falso, inúmeros graus de certeza, ou

seja, ela abrange decisões como "talvez", "muito", "pouco", "provável", "em torno", que se aproximam de decisões humanas, sendo chamadas de variáveis linguísticas.

Na lógica clássica, os conjuntos são bem definidos, e um elemento pertence ou não pertence a um conjunto. Por exemplo, no conjunto $C = \{x|x > 30\}$, não há ambiguidade no entendimento da sua definição, se o elemento x for maior que 30, ele pertence ao conjunto, caso contrário, não pertence. Já num conjunto difuso, não existe essa limitação bem definida como na lógica clássica, existe uma transição gradual entre pertence e não pertence ao conjunto. Essa transição gradual é definida através de uma função de pertinência. A função de pertinência é definida por μ , a qual determina o quanto cada elemento pertence a um determinado conjunto. A representação matemática do domínio desse conjunto é dada por $A = \{(x, \mu_A(x))|x \in X\}$, onde μ_A representa a função de pertinência do conjunto difuso A e X corresponde ao universo de discurso (AZEVEDO, 2016). A figura (8) representa a limitação bem definida num conjunto convencional e a transição suave para o modelo difuso.

Figura 8 – Conjunto convencional e um conjunto difuso.

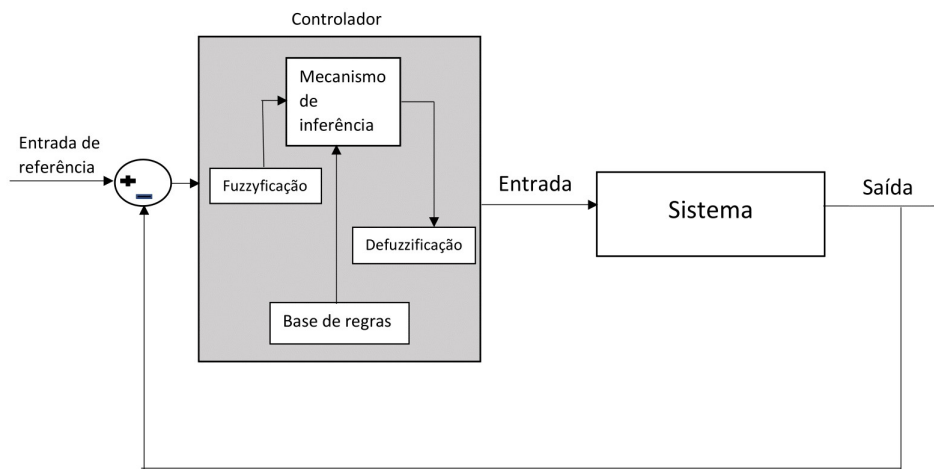


Fonte: Autoria própria.

2.4 Compensador *Fuzzy*

De acordo com Passino, Yurkovich e Reinfrank (1998), conforme citado por Tanaka (2011), o controlador difuso, também chamado de controlador de lógica difusa (FLC - *Fuzzy Logic Controller*), é considerado como um tomador de decisões artificiais dentro de um sistema em malha fechada. Ele reúne dados de saída $y(t)$, compara com as entradas de referência $r(t)$, e toma as decisões $u(t)$ para que seja garantido o desempenho desejado.

Para que seja utilizado esse tipo de controlador, é necessário que o projetista tenha um conhecimento sobre o comportamento do sistema anterior a implementação, pois a partir deste conhecimento, as tomadas de decisões serão realizadas mediante as regras desenvolvidas. Para essa lógica, a decisão é tomada mediante uma informação anterior, ou seja, através da regra "se - então", que está dentro das regras de inferência. Essas decisões são associadas a uma ação de controle u_{FZ} a partir de uma técnica chamada de defuzzificação, que será apresentada a seguir. Um diagrama de blocos para um controlador *fuzzy* é mostrado na figura (9).

Figura 9 – Diagrama de blocos de um controlador *fuzzy*.

Fonte: Autoria própria.

De acordo com Passino, Yurkovich e Reinfrank (1998), o controlador *fuzzy* é composto por 4 elementos:

- Uma base de regras (um conjunto de regras "se - então"), que contém uma quantificação da lógica *fuzzy* da descrição linguística do especialista sobre como conseguir um bom controle. Essa base de regras irá indicar como o controlador deve agir mediante uma situação.
- Um mecanismo de inferência (também chamado “módulo de inferência *fuzzy*”), que emula a tomada de decisão do especialista na interpretação, e aplica o conhecimento sobre a melhor forma de controlar a planta. Ou seja, é a etapa que busca a melhor decisão para o controle do sistema, interpretando seu conjunto de regras, e a aplica.
- Uma interface de fuzzificação, que converte as entradas do controlador em informação que o mecanismo de inferência pode utilizar facilmente para ativar e aplicar regras.
- Uma interface de defuzzificação, que converte as decisões do mecanismo de inferência numa entrada adequada para o sistema.

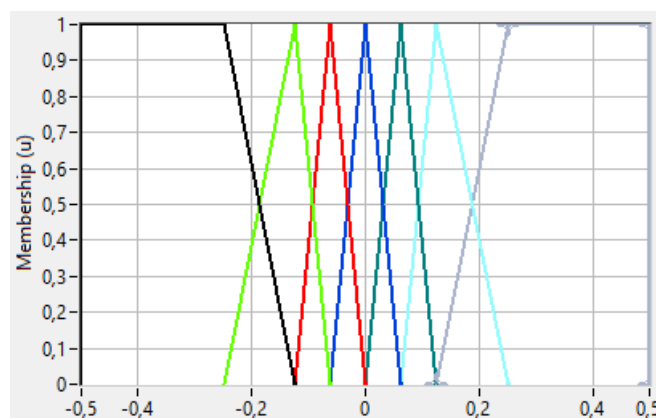
De uma forma mais simplificada, os sinais de entrada do sistema *fuzzy* são fuzzificados, em seguida inferidos, a partir da base de regras, e defuzzificados, para expressar a saída do sistema *fuzzy* através de um número, que será a ação de controle para o sistema. Esse procedimento de fuzzificação, inferência e defuzzificação pode ser visto no bloco do controlador *fuzzy* da figura (9). Segundo Fernandes Júnior, F. G. et al. (2005), a base de regras é necessária para mapear totalmente as diversas combinações possíveis, garantindo uma saída para qualquer que seja a entrada, e a inferência verifica o grau de compatibilidade entre os fatos e as regras.

Vamos tomar como exemplo um sistema controle de posição de um braço robótico. A entrada e a saída do sistema podem ser dadas por $I(t)$ e $O(t)$, respectivamente, que serão consideradas neste exemplo como o erro e a força hidráulica. No caso, são as variáveis linguísticas. Os valores linguísticos são considerados geralmente como "negativo grande", "negativo pequeno", "zero", "positivo pequeno", "positivo grande". Deve-se atribuir valores para os centros das funções de pertinência do conjunto, como: $C = \{C_1; C_2; C_3; C_4; C_5\}$ e o erro associado ao sistema é dado pela diferença entre a posição e a posição desejada. A base de regras para esse sistema, seria dada, então, por:

1. Se o erro for negativo grande, então a força é positiva grande.
2. Se o erro for negativo pequeno, então a força é positiva pequena.
3. Se o erro for nulo, então a força é nula.
4. Se o erro for positivo pequeno, então a força é negativa pequena.
5. Se o erro for positivo grande, então a força é negativa grande.

O controle obtido através da lógica *fuzzy* é obtido através do conjunto de regras difusas que são utilizadas para tomar decisões de acordo com a variável de erro, que é o valor de entrada. Com a entrada de erro, obtemos um grau de pertinência que é dado pelas funções de pertinência. Os valores centrais utilizados neste trabalho para construir as funções de pertinência é dado pelos valores limite de erro, obtidos através do gráfico de erro em função do tempo. Um exemplo ilustrativo é dado pela figura (10) a seguir.

Figura 10 – Funções de pertinência



Fonte: Autoria própria.

Para cada regra, é dado um valor heurísticamente, baseado na experiência com o sistema. Com isso, para esse problema seria adotado um conjunto com cinco valores. Em seguida, é preciso extrair um número associado a base de regras e ao mecanismo de inferência do sistema, que está relacionado com o esforço do controlador *fuzzy*. Esse

último procedimento, que representa o cálculo do esforço de controle associado ao sistema de inferência, é o de defuzzyficação. No presente trabalho, adotou-se o método TSK (Takagi-Sugeno-Kang) de ordem zero, pois ele possui uma fácil implementação e atende a grande parte dos problemas de controle de sistemas não lineares. O termo de compensação *fuzzy* é dado por:

$$u_{FZ}(\tilde{x}) = \frac{\sum_{i=1}^n r_i \mu_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \quad (2.11)$$

onde r_i é o valor associado a cada regra proveniente dos conjuntos *fuzzy*, e μ_i é o valor de ativação de cada regra, que é calculado através do valor de pertinência do erro $\tilde{x}$ de rastreamento com o respectivo conjunto (TANAKA, 2011).

2.4.1 Linearização por Realimentação com Compensação Difusa

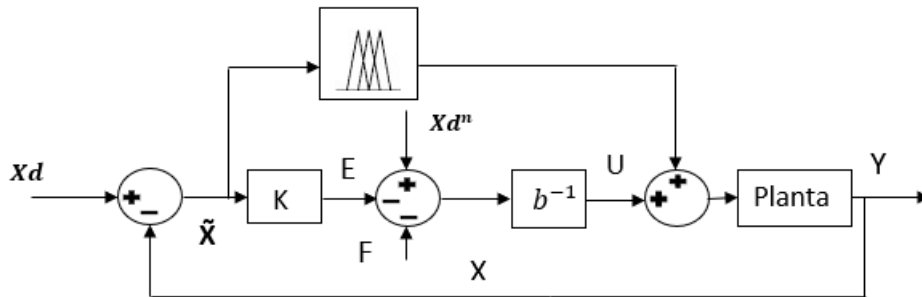
Como visto anteriormente, com a presença de incertezas no sistema, a técnica de controle de linearização por realimentação não consegue fazer um rastreamento com uma boa performance. Dessa forma, será adotado nesse trabalho um compensador difuso, que tem como base a equação (2.11). Esse sistema difuso tem como objetivo compensar as incertezas presentes no sistema, que podem ser paramétricas, ou comportamentos dinâmicos não modelados.

A lei de controle baseada na técnica de linearização por realimentação com lógica *fuzzy* é dada pela soma dos esforços de cada técnica, representadas pelas equações (2.6) e (2.11). Dessa forma, tem-se:

$$u = u_{FBL} + u_{FZ} \quad (2.12)$$

O diagrama de blocos para essa lei de controle é mostrado na figura (11). É possível notar que o bloco *fuzzy* é adicionado paralelamente ao controlador *feedback linearization*.

Figura 11 – Diagrama de blocos do controlador FBL + FL

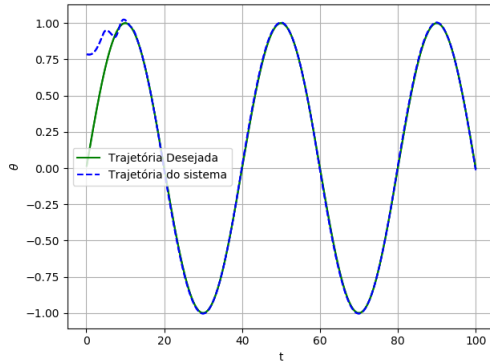


Fonte: Autoria própria.

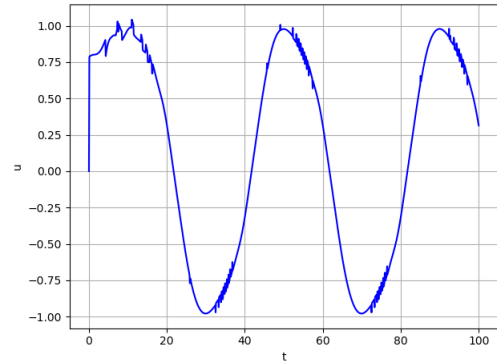
2.4.2 Exemplo: Controle do oscilador de Van der Pol via linearização por realimentação com o compensador *fuzzy*

O compensador *fuzzy* proporcional ao erro possui como parâmetros os centros das funções de pertinência (C_i) e valores de ativação de cada regra (r_i), determinadas heurísticamente. Os centros das funções de pertinência foram dados mediante a medida do erro máximo obtido pela técnica de linearização por realimentação na presença de incertezas, que foi de $e_{m\acute{a}x} = 0,2$, como pode ser visto na figura (7c). O universo de discurso, dado em função de $e_{m\acute{a}x}$, foi dividido em 6 conjuntos *fuzzy*, sendo duas funções trapezoidais localizadas nas extremidades, e quatro funções triangulares localizadas na região central. Os valores adotados para os centros foram: $C = \{-0,5; -0,1; -0,05; 0,05; 0,1; 0,5\} \times e_{m\acute{a}x}$. Cada função triangular ou trapezoidal está relacionada com uma regra difusa. Cada regra precisa de um valor de saída que será multiplicado pelo grau de pertinência, e terá uma participação no termo de compensação, como pode ser visto pela equação (2.11). A saída de cada regra é dada pelo vetor $\mathbf{r} = [0,12; 0,09; 0,03; -0,03; -0,09; -0,12]$. A figura (12) demonstra a performance do controlador baseado na técnica de linearização por realimentação com o compensador *fuzzy* adicionado ao oscilador de Van der Pol avaliada anteriormente. É importante destacar que os parâmetros utilizados foram os mesmos do exemplo anterior, ou seja, com incertezas de 5% na medição da variável x do oscilador e uma incerteza de igual valor para a variável $\dot{x}$, além de uma incerteza no parâmetro μ .

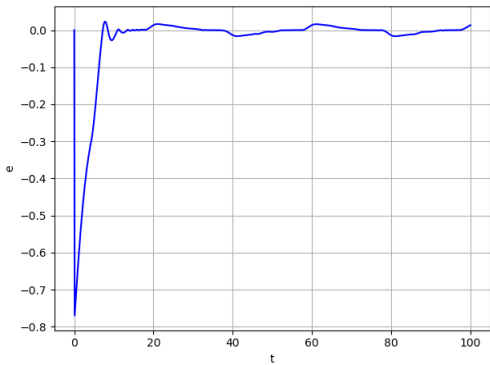
Figura 12 – Performance da técnica de linearização por realimentação com adição do compensador *fuzzy* no controle do oscilador de Van der Pol com incerteza nos parâmetros.



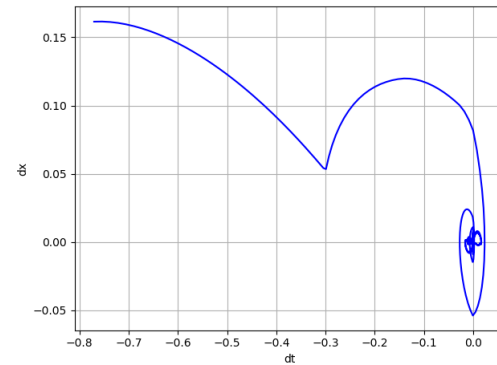
(a) Rastreamento da trajetória desejada.



(b) Esforço de controle.



(c) Erro em função do tempo.



(d) Espaço de fase do erro.

Fonte: Autoria própria

Podemos observar nas figuras presentes em (12) que a melhora é perfeitamente considerável, em pouco mais de 10 segundos a trajetória é perfeitamente rastreada e o erro é ínfimo em relação ao controlador por *feedback linearization* clássico. Através da figura (12a) podemos observar uma melhora na rastreabilidade da trajetória desejada em relação a figura (7a) que possui um controlador *feedback linearization* sem compensação, além de observar uma diminuição no esforço de controle observados nas figuras (7b) e (12b).

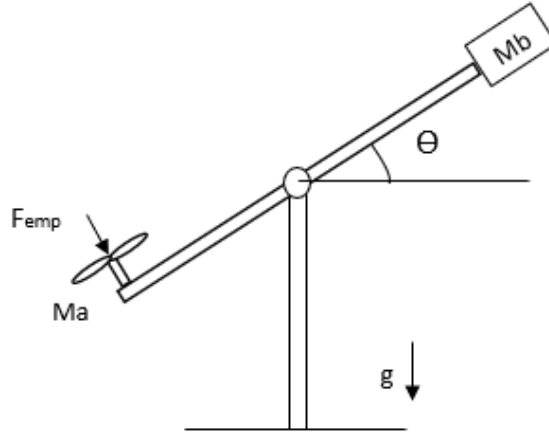
3 Controle do Sistema *Seesaw Propeller*

O sistema *Seesaw propeller* é uma espécie de planta educacional que oferece um estudo de controle de posição de sistemas que possui como propulsor um acoplamento de motor e hélice. Inúmeros sistemas do nosso dia a dia possui como fonte de empuxo esse tipo de sistema, como, por exemplo, a cauda de um helicóptero que, pela empuxo provocado pela hélice pode variar a direção da trajetória, mediante o comando do piloto. Outro exemplo que pode ser citado são os drones, que são sistemas que vêm sendo cada vez mais utilizado para resgate de pessoas, monitoramento de áreas, fotografias, entre outros. A proposta do trabalho é que, mediante o uso do propulsor, que representa o atuador da planta, o sistema obedeça uma trajetória desejada pelo programador. A exaustiva implementação de técnicas de controle nos mais diversos tipos de sistemas dinâmicos possibilita o desenvolvimento de tecnologia numa área que vem crescendo muito, e que está cada vez mais presente no dia a dia, que é a automação e controle.

O sistema estudado neste trabalho, já foi fonte de estudo para outro trabalho acadêmico que obteve resultados interessantes. Em Baumann (2018) foi abordado o controle do sistema *Seesaw propeller* por *Feedback Linearization* e posteriormente o desenvolvimento deste tipo de controlador mediante a presença de atrito de Coulomb, variáveis incertas e a combinação dos dois, para que fosse analisado a performance deste tipo de controlador.

3.1 Equação matemática aproximada do sistema

Como a intenção do trabalho é a implementação de técnicas de controle, a equação matemática precisa representar bem a dinâmica do sistema. O sistema possui uma forma de gangorra, que em uma de suas extremidades possui um conjunto motor-hélice, que representa o atuador para controlar a posição da haste. O sistema em si pode ser representado por uma haste de comprimento $2L$, duas massas, uma em cada extremidade e um centro de rotação que tem uma distância L para cada extremidade. O esquema a seguir mostrado na figura (13) demonstra o sistema de um forma simples, para que seja possível a implementação da equação matemática.

Figura 13 – Representação esquemática do sistema *Seesaw Propeller*.

Fonte: Autoria própria.

Por meio da equação de Euler, que descreve a rotação de um corpo rígido, calcula-se o momento das forças em relação ao centro de rotação do sistema, e determina-se a seguinte equação diferencial ordinária (EDO) não linear que descreve a dinâmica do sistema:

$$I_z \ddot{\theta} = (M_A - M_B)gL \cos \theta + LF \quad (3.1)$$

sendo θ o ângulo entre a haste superior e o eixo referencial da planta, I_z o momento de inércia da haste, L o comprimento do eixo de rotação a cada extremidade da haste, onde ficam localizadas as massas M_A e M_B , e F representa a força de empuxo provocada pelo propulsor, que é a variável de controle do sistema.

3.2 Aplicação do PID na Planta

O controle da planta será dado inicialmente através da ação de controle PID, dada pela equação (2.1). Para isso, é necessário substituí-la na equação (3.1). O problema de controle consiste no rastreamento da trajetória θ_d , ou seja, é fazer com que $\theta \rightarrow \theta_d$ à medida que $t \rightarrow \infty$.

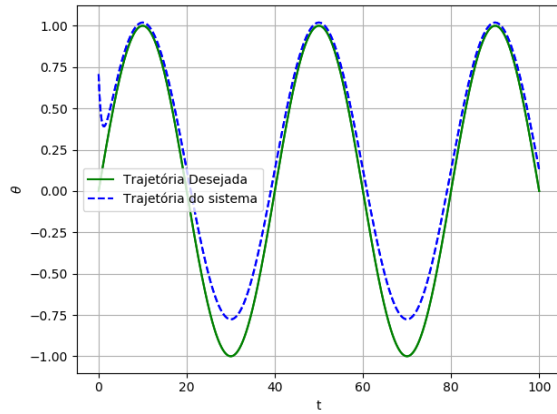
Para que a simulação numérica do sistema de controle fosse possível pelo método de Runge-Kutta de 4ª ordem, a equação diferencial do sistema, que é de segunda ordem, foi transformada em duas equações de primeira ordem, da seguinte maneira:

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = \frac{(M_A - M_B)gL}{I} \cos \theta + \frac{L}{I} F \end{cases} \quad (3.2)$$

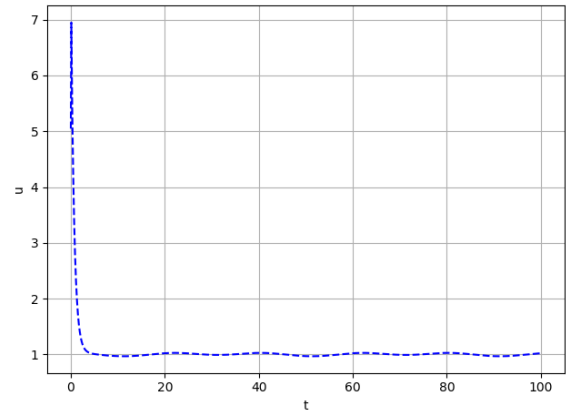
onde F é a variável de controle do sistema, que na implementação do controlador, é dada pela equação do PID (2.1). Para comprovar o desempenho do controlador, simulações numéricas foram feitas através da linguagem de programação Python, utilizando os seguintes parâmetros: $M_A = 0,0405$ kg, $M_B = 0,0285$ kg, $I = 0,0018032$ kgm², $g = 9,8$ m/s²,

$L = 0,56$ m, e condições iniciais $\boldsymbol{\theta}(0) = [\theta(0), \dot{\theta}(0)] = [\pi/4, 0]$. Os resultados da simulação numérica do sistema com o controlador PID são apresentados na figura (14), a trajetória é dada em radianos e o tempo em segundos.

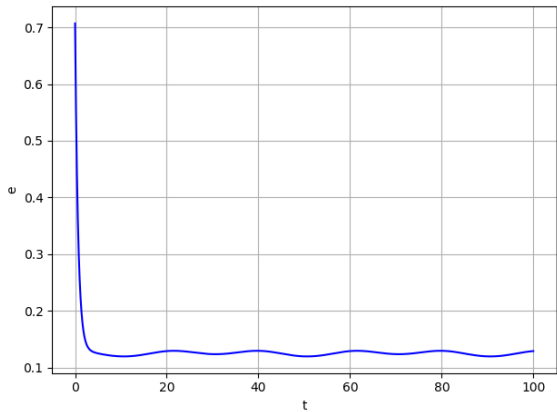
Figura 14 – Performance do PID como técnica de controle para o sistema *Seesaw Propeller*.



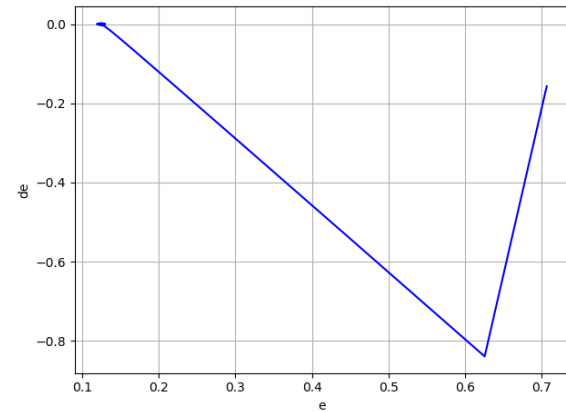
(a) Rastreamento da trajetória desejada.



(b) Esforço de controle.



(c) Erro em função do tempo.



(d) Espaço de fase do erro.

Fonte: Autoria própria

Podemos observar que o PID é uma boa alternativa de controle para esse sistema, através da figura (14a) observamos um bom rastreamento da trajetória desejada e também através da figura (14c) podemos observar que o controlador não consegue eliminar o erro de regime.

3.3 Aplicação do *Feedback Linearization* na Planta.

Para sistemas não lineares com variáveis bem definidas, a técnica de linearização por realimentação atende perfeitamente aos problemas de controle, podendo estabilizar sistemas em tempos muito pequenos. Vamos considerar agora a equação (3.2), que representa a dinâmica da planta, e vamos utilizar uma lei de controle baseada na técnica de linearização

por realimentação. Tendo como base a equação (2.6), a força F de empuxo para estabilização dos sistema deve ser dada por:

$$F = -(M_a - M_b)g \cos \theta + \frac{I}{L}(\ddot{\theta}_d - 2\lambda\dot{\tilde{\theta}} - \lambda^2\tilde{\theta}) \quad (3.3)$$

sendo $\tilde{\theta}$ o erro de rastreamento da trajetória do sistema.

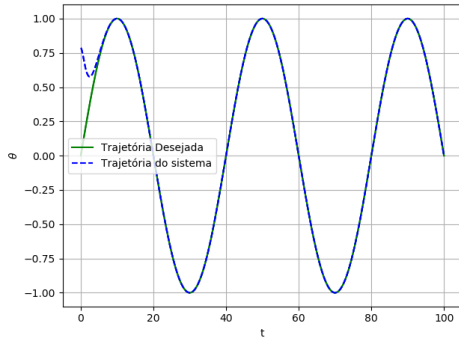
Ao substituir a equação (3.3) na equação da dinâmica do sistema (3.2), encontra-se a seguinte equação diferencial de segunda ordem:

$$\ddot{\tilde{\theta}} + 2\lambda\dot{\tilde{\theta}} + \lambda^2\tilde{\theta} = 0 \quad (3.4)$$

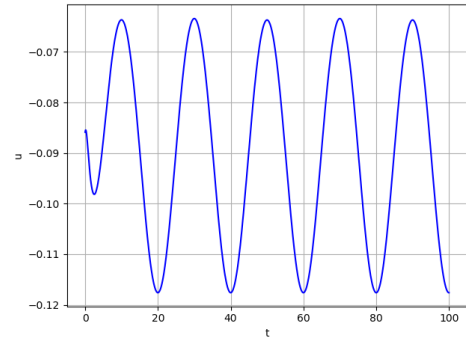
É possível observar que a equação (3.4) possui solução característica do tipo $\tilde{\theta} = c_1 e^{-\lambda t} + c_2 t e^{-\lambda t}$. Então, com λ positivo, temos que a variável de erro converge a 0.

Simulações numéricas das equações (3.2) e (3.3) foram feitas em Python com os mesmos parâmetros utilizados na simulação do PID, porém a variável λ , própria da linearização por realimentação, assumiu um valor igual a 3 ($\lambda = 3$). Os resultados são dados pela figura (15) e novamente a trajetória do sistema é dada em radiano e o tempo em segundos.

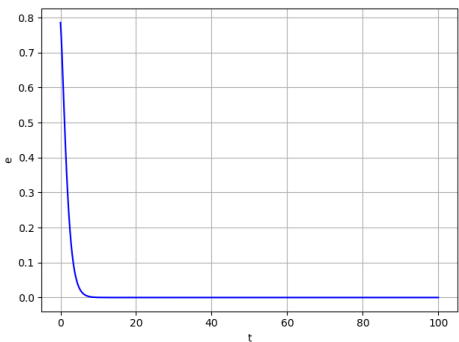
Figura 15 – Performance da técnica de linearização por realimentação no controle do Sistema.



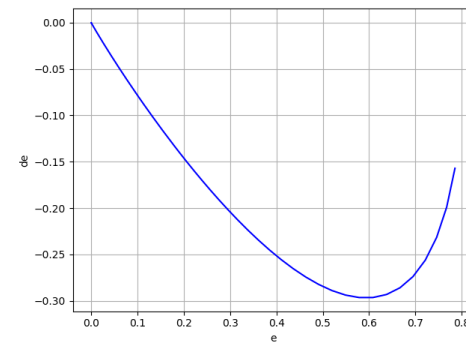
(a) Rastreamento da trajetória desejada.



(b) Esforço de controle.



(c) Erro em função do tempo.



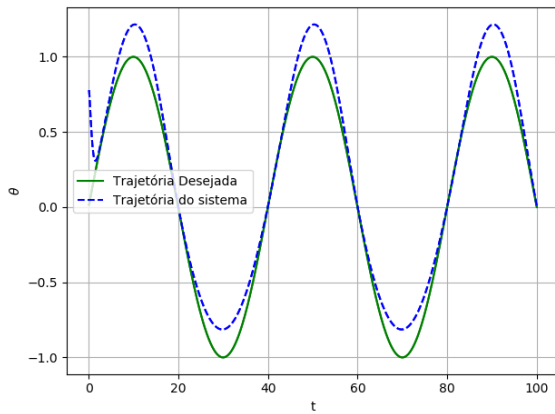
(d) Espaço de fase do erro.

Fonte: Autoria própria

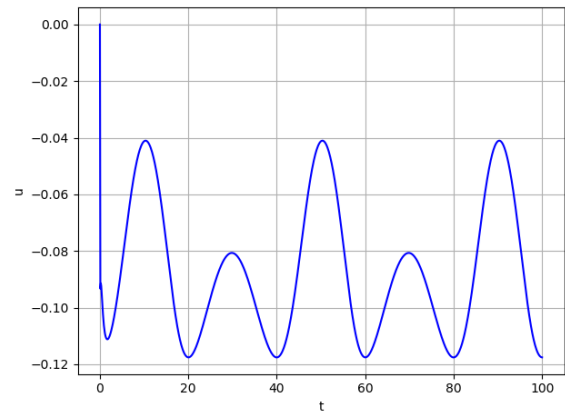
Nota-se mais uma vez uma ótima performance do controlador a partir da figura (15). O controlador baseado na técnica de linearização por realimentação consegue estabilizar o sistema em menos de 10 segundos, uma vez que temos variáveis muito bem definidas.

Será analisado agora para esse sistema se a afirmação da queda de performance do controlador é real quando se tem incertezas nos seus parâmetros. Para essa segunda simulação, adicionou-se uma incerteza de 5% na trajetória angular θ e também na sua velocidade $\dot{\theta}$. Os resultados obtidos das simulações numéricas são apresentados na figura (16).

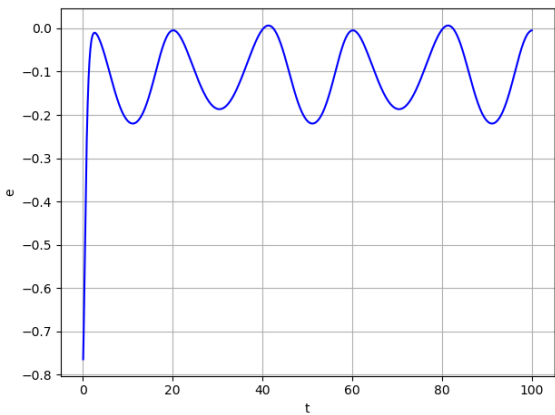
Figura 16 – Performance da técnica de linearização por realimentação no controle do Sistema com incertezas.



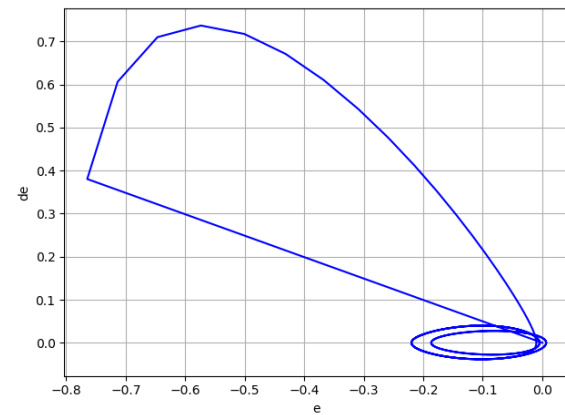
(a) Rastreamento da trajetória desejada.



(b) Esforço de controle.



(c) Erro em função do tempo.



(d) Espaço de fase do erro.

Fonte: Autoria própria

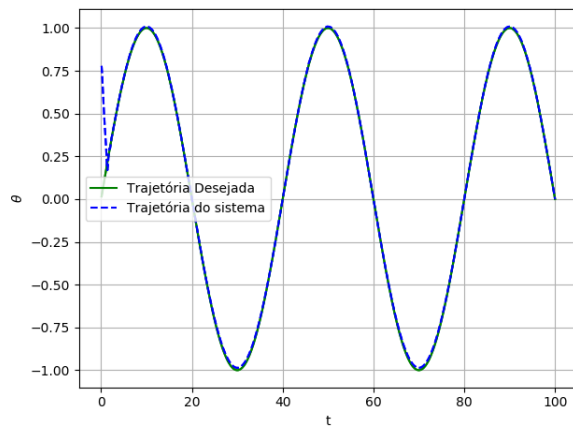
Mais uma vez é possível notar a queda da performance do controlador, como pode ser visto na figura (16). Quando o sistema possui algum algum parâmetro incerto, o rendimento do sistema de controle cai drasticamente. Analisando o comportamento do erro do sistema, apresentado nas figuras (16c) e (16d), pode-se classificar o controlador como indesejado para aplicações que requerem rastreamentos mais precisos de trajetória, tendo em vista que a queda no rendimento do rastreamento foi bem considerável.

Podemos observar a partir da figura (15) a convergência $\tilde{\theta} \rightarrow 0$ quando $t \rightarrow \infty$ quando temos um sistema com todos os parâmetros bem conhecidos como já era esperado. Ao adicionar qualquer incerteza, já comprovou-se que a convergência já não é tão satisfatória. Ao se tratar de sistema dinâmicos incertos, controle robustos e/ou adaptativo são mais eficientes.

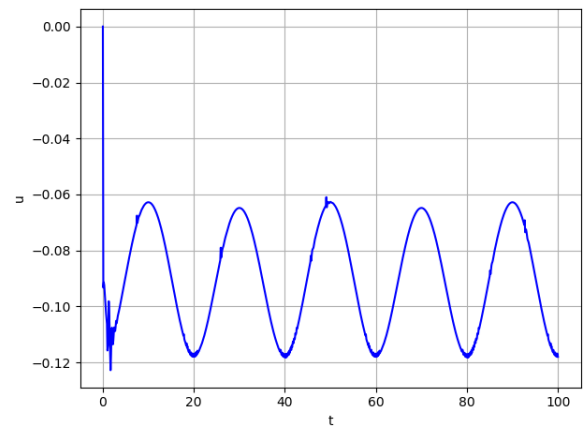
3.4 Aplicação da linearização por realimentação com Compensação Fuzzy na Planta

De maneira análoga ao que foi apresentado na seção 2.4.2, abordaremos a lei de controle baseada na técnica de linearização por realimentação com compensação *fuzzy* de incertezas proporcional ao erro. Os centros das funções de pertinência novamente foram atribuídos através do erro máximo ($e_{máx}$) obtido apenas com a técnica de linearização por realimentação. Esse valor foi tirado do gráfico mostrado na figura (16c), assumindo um valor de $e_{máx} = 0.25$. Os valores dos centros das funções de pertinência foram definidos como $C = \{-0,5; -0,1; -0,05; 0,05; 0,1; 0,5; \} \times e_{máx}$, sendo duas funções trapezoidais localizadas nas extremidades, e quatro funções triangulares localizadas na região central. Os valores associados à base de regras foram definidos como: $\mathbf{r} = [0,12; 0,09; 0,03; -0,03; -0,09; -0,12]$. A performance do controlador desenvolvido baseado na técnica de linearização por realimentação com compensação *fuzzy* para o sistema *Seesaw Propeller* é apresentada na figura (17), podemos comentar a eficácia deste compensador, que em todas as simulações téóricas foram obtidos resultados até melhores que o sistema quando possui suas variáveis bem definidas. É importante destacar que as simulações numéricas foram feitas tendo como base as equações (2.12), (3.2) e (3.3).

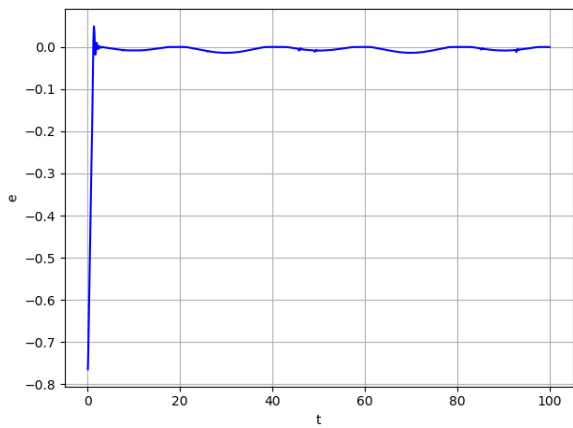
Figura 17 – Performance da técnica de linearização por realimentação com um compensador *Fuzzy* no controle do Sistema com incertezas.



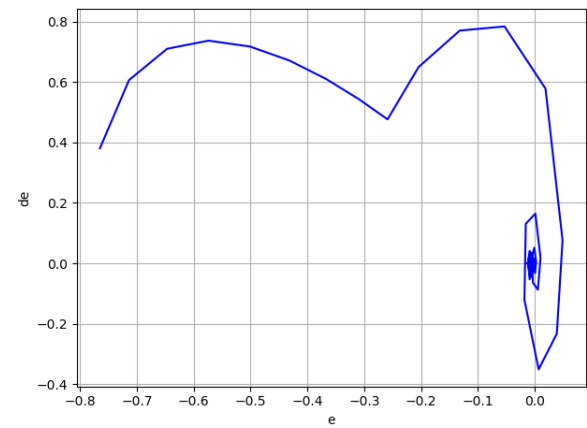
(a) Rastreamento da trajetória desejada.



(b) Esforço de controle.



(c) Erro em função do tempo.



(d) Espaço de fase do erro.

Fonte: Autoria própria

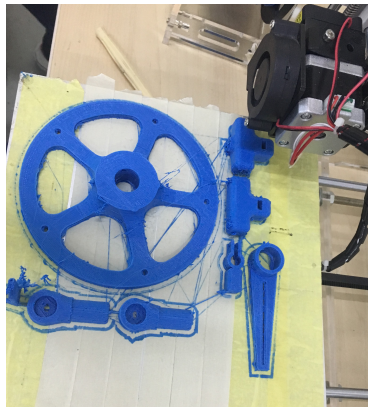
4 Sistema *Seesaw Propeller* Experimental

A metodologia teórica de sistemas de controle é a porta de entrada para os projetos com abordagem tanto numérico quanto experimental. Com a metodologia teórica consolidada nos dois últimos capítulos, iremos agora para as comprovações experimentais. É de grande importância para a área de controle em alguns casos a abordagem experimental, pois o desenvolvimento de estratégias mais efetivas de controle são validadas experimentalmente. Como o sistema *Seesaw propeller* não possui aplicações reais em si, o sistema simula um dos graus de liberdade de um veículo aéreo não tripulado, não encontramos na literatura trabalhos equivalentes a esse, logo não temos base para efeito de comparação.

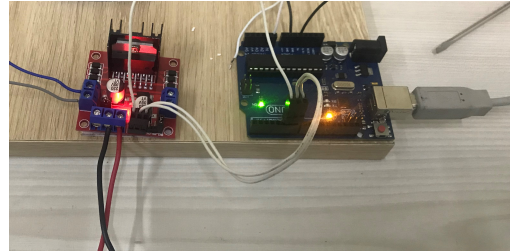
Neste capítulo será abordado o controle real do sistema, através de três tipos de controladores. O primeiro será o controlador PID, que foi a primeira abordagem deste trabalho. Sua performance de controle não é a mais apropriada por conta das não linearidades presentes no sistema, mas a sua facilidade de implementação, e por ser o algoritmo de controle mais utilizado na indústria, trabalhando em uma vasta gama de condições de operação, justifica sua implementação. O segundo controlador é baseado na técnica de linearização por realimentação, onde mostraremos no experimento a sua limitação quando se tem incertezas na dinâmica do sistema. Por último, será acrescentado um compensador *fuzzy* de incertezas para melhorar a resposta do sistema obtida apenas com a técnica de linearização por realimentação.

4.1 Sistema Físico

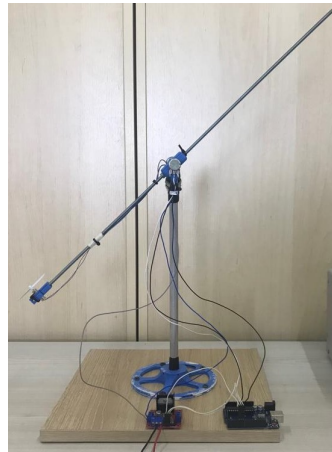
Visando a comparação entre o sistema teórico e real, foi montado um sistema físico real baseado no modelo teórico. A confecção do sistema foi dividida em duas frentes. A primeira frente foi elaborada com o objetivo de obtenção das peças estruturais e das peças de ligação. As peças estruturais foram: base de madeira, eixo de alumínio para base, eixo sem fim para o equilíbrio e eixo de rotação. Já as peças de conexão foram elaboradas no software de impressão 3D Repetier Host versão 2.1.3, e posteriormente impressas no Laboratório de Prototipagem da UACSA/UFRPE. A segunda frente de trabalho foi a obtenção dos componentes eletrônicos utilizados no sistema. Para esse experimento, foram utilizados os seguintes componentes: um Arduino Uno, uma ponte H L-298N, um conjunto motor-hélice do drone Eachine H8 Mini, um potenciômetro linear de 10 K Ω e uma *Protoboard*. Toda a montagem foi feita no Laboratório de Pesquisa em Física da UACSA/UFRPE. A figura (18a) ilustra a impressão das peças de conexão do sistema. Na figura (18b) temos os componentes eletrônicos utilizados no sistema, e na figura (18c) é demonstrado o sistema completo montado.

Figura 18 – Sistema *Seesaw Propeller* experimental e seus componentes.

(a) Peças de montagem na impressora 3D.



(b) Ponte H e arduino.

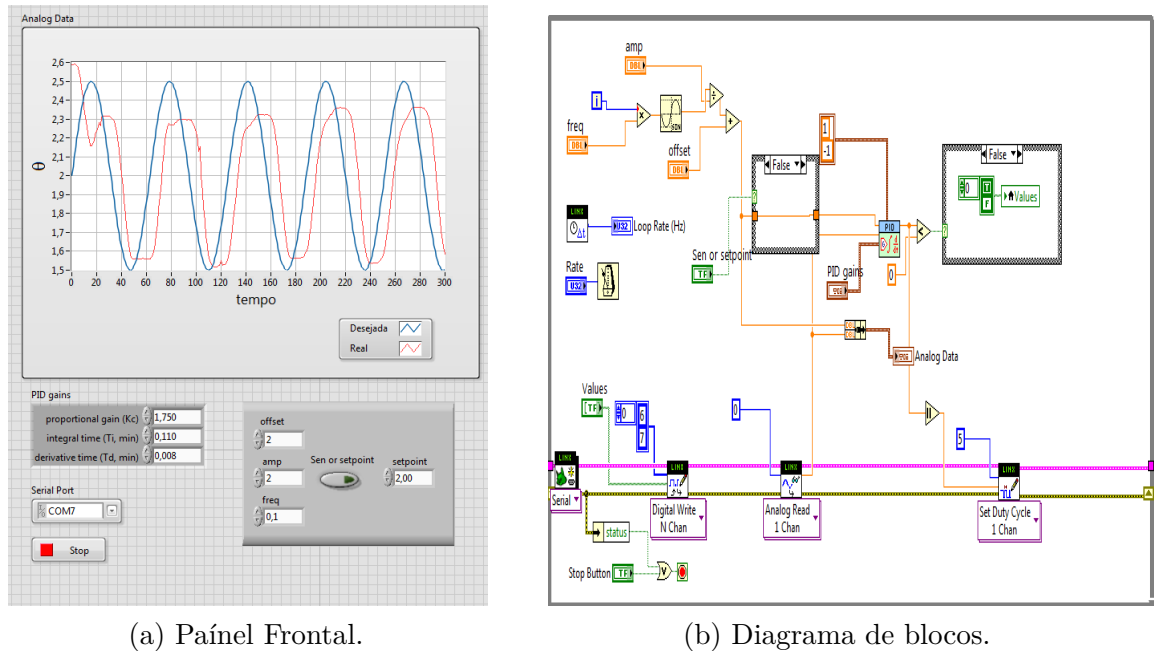


(c) Sistema Físico.

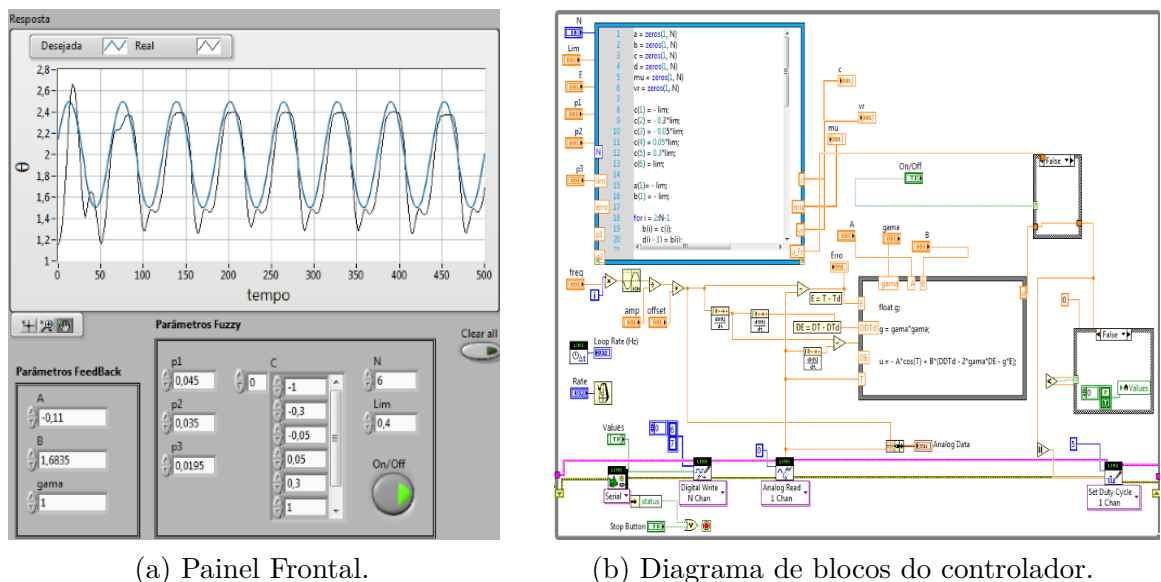
Fonte: Autoria própria

4.2 Interface do Controlador e Aquisição de Dados

Toda a elaboração do controlador PID, do controlador via linearização por realimentação e do compensador *fuzzy* foi feita através do *Software* de programação gráfica LabVIEW. Esse *Software* permite ao usuário implementar diversas estruturas em diagramas de bloco, e oferece diversas funções e ferramentas já prontas. O LabVIEW possui uma interação simples com os microcontroladores, possibilitando o desenvolvimento desse trabalho a partir da sua interação com a placa de Arduino. O painel de trabalho é composto por duas janelas. Uma janela é chamada de painel frontal, onde está localizada a interação do usuário com o programa, na qual é possível ter acesso a gráficos, botões, régua, entre outras ferramentas de interação homem-máquina. A segunda janela é composta pelo diagrama de blocos, onde é elaborada a programação do sistema. As janelas do LabVIEW serão mostradas a seguir nas figuras (19) e (20) para o sistema estudado neste trabalho.

Figura 19 – Estrutura do *Software* LabVIEW para o controlador PID

Fonte: Autoria própria

Figura 20 – Estrutura do *Software* LabVIEW para o controlador por *Feedback Linearization* com compensação *Fuzzy*

Fonte: Autoria própria

Como comentado anteriormente, o LabVIEW possui duas janelas de trabalho. Para o sistema, foi desenvolvido um painel frontal onde está localizada a janela gráfica que acompanha em tempo real a trajetória do sistema, advinda do potenciômetro, pela entrada analógica da placa. Essa janela também possui o controle da trajetória desejada para o sistema, sendo possível editar a função trigonométrica em termos de frequência e amplitude. Além disso, temos o controle dos parâmetros do controlador PID, para que

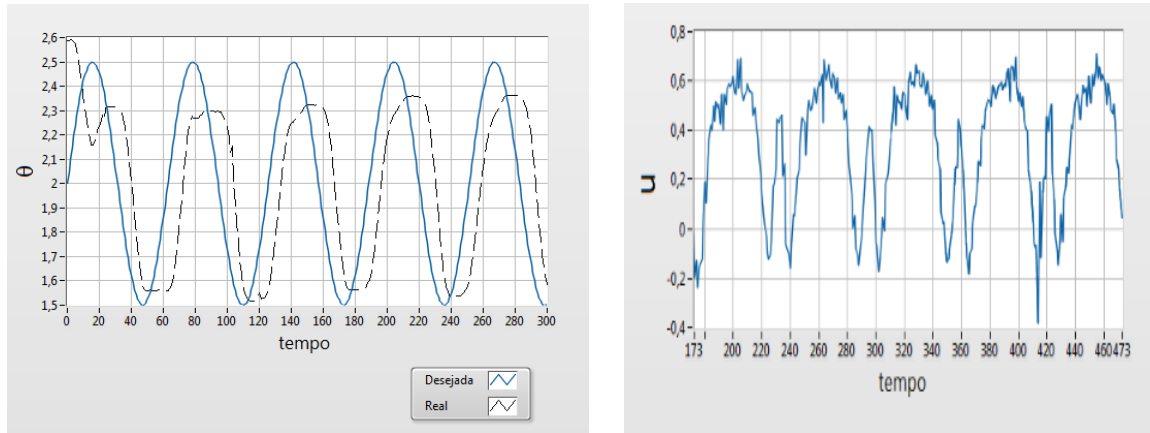
seja possível a sua sintonização em tempo real, como mostrado na figura (19a), trazendo uma relativa comodidade ao operador do sistema. Na figura (20a) é possível observar a definição dos parâmetros de sintonia da lei de controle do Feedback Linearization e ao lado estão parâmetros para sintonização do compensador, aliado a isso foi colocado um botão On/Off para que o compensador fosse ligado ou desligado, com isso podemos ter o controle apenas com a linearização por realimentação ou com a adição da compensação *Fuzzy*.

Os diagramas de blocos dos programas possuem esquemas intuitivos. Para o nosso sistema, temos três blocos essenciais de função. O primeiro utilizado foi o de leitura da variável do sistema chamado *Analogic Read*, obtida a partir da entrada analógica da placa, que recebe o sinal do potenciômetro conectado a haste do sistema. O segundo são as saídas digitais que foi utilizado o bloco *Digital Write de N chan*, que através delas é possível a polarização do motor que vai fornecer o sentido do giro do motor através dos pinos 6 e 7 utilizados do arduino. O terceiro e último bloco chamado de *Set Duty cycle 1 chan* consiste na saída PWM do sinal de controle, que envia a informação para uma saída digital PWM da placa. Todo o restante dos blocos e programação presentes neste diagrama de é baseado na lógica de controle de cada um tipo de controlador em específico, aliado ao gerador da função desejada.

4.3 Controlador PID Aplicado ao Sistema

Mediante a elaboração do experimento com o controlador PID, foi possível a comparação entre o controle real e o teórico. No sistema real a leitura da posição pelo potenciômetro é dada em tensão, a trajetória desejada foi dada numericamente diferente, mas que suas amplitude e frequência fossem iguais. A figura (21) apresenta a resposta real do sistema obtida com o controlador PID. O tempo é dado em segundos.

Figura 21 – Experimento do sistema com o controlador PID.



(a) Trajetória real e desejada

(b) Variável de controle do sistema.

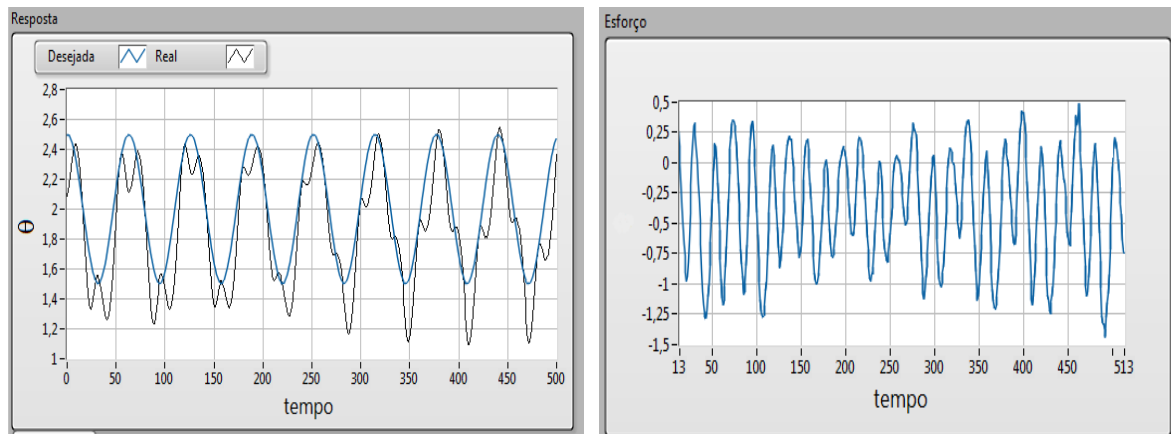
Fonte: Autoria própria.

Podemos fazer uma comparação do modelo real com o teórico presente na figura (14), o sistema real apresentou um atraso em relação a trajetória desejada que não está prevista no modelo teórico, além de que tivemos uma limitação nas cristas da trajetória onde o sistema real não conseguiu se aproximar. Mas contudo, a resposta do PID foi satisfatória mediante a presença de não linearidades que estão presentes no sistema real e o modelo não as prevê, como o atrito presente nas ligações dos eixos por exemplo.

4.4 Controlador *Feedback Linearization* Aplicado ao Sistema

Na seção 2.2 deste trabalho foi mostrado a base teórica deste tipo de controlador, que consiste em transformar algebricamente um sistema não linear em um sistema linear equivalente em malha fechada. Com isso, sabemos que as não linearidades são canceladas pelo esforço de controle e com isso a dinâmica resultante se torna linear. A planta do sistema real possui algumas não linearidades que não foram previstas no modelo teórico, o atrito dos eixos por exemplo como foi citado anteriormente. A figura (22) apresenta a resposta real do sistema obtida com o controlador *feedback linearization*.

Através da figura (22) podemos observar uma grande instabilidade na trajetória do sistema, aliado a um grande esforço de controle. A necessidade de conhecimento prévio de todos os parâmetros foi essencial para que esse controlador não obtivesse uma boa trajetória, agora iremos adicionar o compensador *fuzzy* para melhorar a performance do controlador desenvolvido.

Figura 22 – Experimento do sistema com o *Feedback Linearization*.

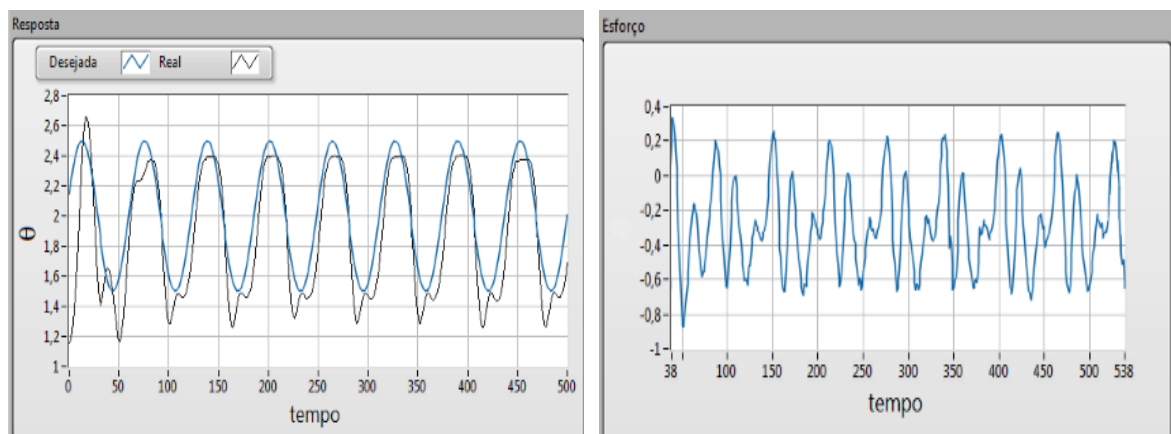
(a) Trajetória real e desejada

(b) Variável de controle do sistema.

Fonte: Autoria própria

4.5 Controlador via linearização por realimentação com compensação fuzzy

Observamos na seção 2.3 deste trabalho uma abordagem teórica sobre a lógica *fuzzy* e posteriormente sua aplicação num oscilador. No capítulo 3 tivemos a aplicação do compensador para o sistema *Seesaw Propeller* com adição de incertezas ao modelo. Agora usaremos a compensação para o sistema experimental, a fim de que a resposta obtida via linearização por realimentação seja melhorada. A resposta obtida em (22) não foi satisfatória graças as incertezas presentes, logo a compensação das incertezas se torna fundamental, já que obtivemos ótimos resultados para o oscilador e para o próprio sistema teórico.

Figura 23 – Experimento do sistema via linearização por realimentação com compensação *fuzzy*

(a) Trajetória real e desejada

(b) Variável de controle do sistema.

Fonte: Autoria própria

As figuras presentes em (23) demonstra duas melhorias essenciais que justifica o uso do compensador *fuzzy*, podemos analisar através da figura (23a) que houve uma melhoria na estabilidade da trajetória através de um menor número de cristas e vales aleatórios presentes no controlador anterior a outra melhoria analisada é o esforço de controle que foi reduzido através dos seus valores de máximo, além de diminuir sua frequência de oscilação.

5 Conclusão

Neste trabalho foi abordado o sistema *Seesaw Propeller* e o seu controle, tanto do ponto de vista teórico quanto experimental. Iniciamos o trabalho mostrando no capítulo 2 um estudo teórico exemplificado para oscilador de Van der Pol. A primeira técnica de controle abordada foi a de controle PID, que mesmo não sendo uma técnica ideal para sistemas não lineares, se mostra com uma ótima performance para a grande maioria das aplicações. Logo depois tivemos o controle pela técnica *Feedback Linearization*, que posteriormente foi mostrada a sua limitação quando se tem fontes de incertezas no sistema. Para que fosse possível obter uma melhor performance no controle de sistemas não lineares incertos, foi adotada uma compensação *Fuzzy* proporcional valor do erro de rastreamento residual.

No capítulo 3 foi abordado a modelagem do sistema *Seesaw Propeller*, bem como o seu controle a partir de todas as técnicas apresentadas no capítulo 2. Com isso, foram obtidos diversos resultados teóricos para o sistema. O controlador PID teve um desempenho acima do esperado, pela presença de não linearidades no sistema o controlador PID foi pensado apenas em modo de comparação, mas obteve uma prática muito positiva tanto no modelo teórico e principalmente no modelo real. A compensação *Fuzzy* para o sistema com linearização por realimentação, correspondeu com uma ótima performance e com isso toda a abordagem teórica foi confirmada.

Como a abordagem teórica possui muitas aproximações, uma abordagem experimental também foi realizada. Com o auxílio do *software* LabVIEW, foi possível desenvolver um controlador PID e um baseado na linearização por realimentação aliado ao compensador *Fuzzy* com resultados bastante satisfatórios. Através do controlador desenvolvido em conjunto baseado na linearização por realimentação com o compensador, obtemos uma interface de trabalho muito útil e com inúmeras aplicações reais. O ganho com o compensador foi satisfatório, pois o resultado com a realimentação clássica não correspondeu as expectativas devido ao número de incertezas presentes no experimento.

Como sugestões para trabalhos futuros, recomenda-se um maior aprofundamento no controle do sistema experimental. Uma primeira abordagem seria a implementação no controlador PID de um bloco de auto sintonização das variáveis de controle que traria benefícios principalmente para o operador. A segunda e última sugestão seria a aplicação de outras lógicas de controle para o sistema, com uma posterior implementação experimental. A planta desenvolvida trás diversas possibilidades de estudo e desenvolvimento devido a sua versatilidade e facilidade de operação e entendimento.

Referências

- AZEVEDO, G. O. d. A. *Controle de sistemas eletro-hidráulicos via linearização por realimentação com compensação inteligente de incertezas*. Dissertação (Mestrado) — Brasil, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 26.
- BAUMANN, G. d. A. B. *Controle inteligente de um manipulador robótico com regressão por processo gaussiano*. Dissertação (B.S. thesis) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2018. Citado na página 32.
- BESSA, W. M. Controle por modos deslizantes de sistemas dinâmicos com zona morta aplicado ao posicionamento de rovs. *Rio de Janeiro*, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 18, 22 e 25.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. Modern control systems. Pearson (Addison-Wesley), 1998. Citado na página 19.
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. *Sistemas de controle para engenharia*. [S.l.]: Bookman Editora, 2013. Citado na página 18.
- GARCES, F. R. et al. *Strategies for feedback linearisation: a dynamic neural network approach*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado na página 21.
- OGATA, K.; SEVERO, B. *Engenharia de controle moderno*. [S.l.]: Prentice Hall do Brasil, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 19.
- PASSINO, K. M.; YURKOVICH, S.; REINFRANK, M. *Fuzzy control*. [S.l.]: Citeseer, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- SILVA, G. V. M. da. Controle não linear. *Escola superior de tecnologia de Setúbal*, 2006. Citado na página 18.
- SILVA, J. C. d. et al. Sistemas linearizados por realimentação fuzzy evolutiva. [sn], 2018. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 21.
- SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. et al. *Applied nonlinear control*. [S.l.]: Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1991. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 21.
- TANAKA, M. C. *Utilização da lógica difusa no controle inteligente de sistemas eletro-hidráulicos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 14, 26 e 29.